

Historisch = Kritische
Beiträge

zur

Aufnahme der Musik

von

Friedrich Wilhelm Marpurg.

V. Band.

Sechstes und letztes Stück
nebst einem Register.



Berlin,
verlegt Gottlieb August Lange.
1778.

Inhalt

des
sechsten Stücks.

- I. Lamberts Gedanken über die musikalische Temperatur. Aus dem französischen übersetzt.
- II. Versuch in Temperatortabellen.
- III. Gebrauch der Temperatortabellen.
- IV. Ueber die geometrischen Verhältnisse der vier und zwanzig musikalischen Intervalle.
- V. Anleitung zu einer Methode, die Differenzen der diaton. chromat. und enharmonischen Intervalle, und die aus ihrer Verbindung mit den Intervallen entstehenden Hülfintervalle der ungleichschwebenden Temperatur, ohne Zirkel und Maassstab auf dem Claviere zu finden.



I.

Lamberts Gedanken über die musikalische Temperatur.

Aus dem französischen überseht.

 Diese Gedanken über die musikalische Temperatur sind von dem gelehrten Auctor derselben, dem nunmehr verstorbenen Hrn. Oberbaurath und Prof. Lambert, im Jahre 1774 auf der Königl. Berl. Academie der Wissenschaften vorgelesen, und den zwey Jahre nachher gedruckten Mémoires nouveaux de l'Académie &c. einverleibet worden. Etwan ein halbes Jahr vor dem Abdruck dieser Mémoires habe ich, mit Erlaubniß des damals noch lebenden Auctoris, die von ihm in Ansehung der gleichschwebenden Temperatur gemachte merkwürdige Entdeckung, in meinem Versuch über die Temperatur, der Welt zuerst bekannt gemacht. Als ich demselben, währenddem Abdruck dieses Versuchs, die diesen Punkt und einige Anwendungen auf die ungleichschw. Temperatur betreffenden Auszüge

V. Band 6. St. Ge gebogen

gebogen communicirte, schickte er mir selbige mit folgender Antwort, deren Einrückung allhier man mir nicht als eine Prahlerey auslegen wolle, zurück:

„Erw. . . . habe ich die Ehre, beyliegende Aus-
 „hängebogen wieder zuzustellen, die ich mit Vergnüs-
 „gen durchgelesen habe. Ich habe daraus gesehen,
 „was das sagen will: *sapienti pauca*, nemlich zu ei-
 „nem vorgegebenen Lehrsatz den Beweis finden; die
 „dazu dienenden Gründe ordentlich entwickeln; jedes
 „Stück davon an seinem Orte vortragen; alles von
 „Seiten der Richtigkeit darlegen, und über dieses
 „noch die Folgen und fernere Anwendung auffuchen
 „und vorzeigen. Ich wünschte würklich mehrere sol-
 „che Commentatores zu haben, und glaube, daß
 „dem Fortgang und der Ausbreitung der Erkennt-
 „nisse damit sehr gut würde gedienet seyn. Ich ge-
 „denke mir selbst verschiednes davon zu Nuze zu ma-
 „chen.“ Berlin, den 18. Sept. 1775.

Lambert.

Ich glaube, daß es allen denen, welche die vor-
 hingedachten *Mémoires &c.* mithin die in selbigen be-
 findlichen *Remarques sur le Tempérament en Musique*
par Mr. Lambert, nicht Gelegenheit haben zu lesen,
 und welche letztere mir selbst nicht einmal im Manus-
 script zu Gesichte gekommen waren, als ich meinen
 Versuch zu schreiben, angenehm seyn wird, wenn ich
 ihnen diese Abhandlung in deutscher Sprache mit-
 theile. Einige in dem Original sich findende kleine
 Druckfehler sind in der Uebersetzung, ohne weitere
 Anzeige, so fort von mir verbessert worden. Wo ich
 entweder von der Meinung unsers scharfsinnigen Aus-
 ctoris abgehe, oder wo mir zu mehrerer Erläuterung
 seines Operationsplans eine Anmerkung nöthig ge-
 schienen, habe ich nicht ermangelt, eine kleine Note
 zu suppediren. Uebrigens kann ich nicht umhin,
 diejenigen Musiker, welche nicht Phlegma genug
 haben, sich mit dem Calcul bekannt zu machen, um
 diese

Diese Abhandlung zu verstehen, und gleichwohl von demjenigen, was selbige enthält, unterrichtet zu seyn wünschen, auf den 11ten Abschnitt dieser Beyträge zu verweisen, wo sie verhoffentlich mit wenigerer Mühe ihre Rechnung finden werden.



§. I.

Die Schwierigkeit, die Quinten und Terzen einer Octave so genau als möglich durch die Stimmung zu erhalten, hat sowohl den theoretischen als praktischen Tonkünstler zu allen Zeiten beschäftigt. Vor Erfindung der Logarithmen war es beynahe nicht möglich, dieses Problem methodisch aufzulösen. Man bemühte sich tappend dazu zu kommen, und ohne jemals mit demjenigen, was man gefunden hatte, recht zufrieden zu seyn. Pythagoras gebrauchte keine andere Zahlen als die drey ersten 1, 2, 3, das ist die Octaven und Quinten. Aristoxenus, welcher die Schönheit der Terzen empfand, hielt das pythagorische System für zu unvollkommen in der Ausübung, und behauptete, daß man mehr dem Urtheile des Ohrs folgen mußte. Der Gebrauch der nachher eingeführten Zahl 5 diente dazu, um die Terzen aufs genaueste auszudrücken. Aber die Schwierigkeit, die Terzen und Quinten mit eben denselben Tönen in dem Octavensystem zusammen zu passen, war beynahe annoch immer eben dieselbe. Ueber dieses wird z. E. der Tri-

tonus (c: fis) simpler durch 7:5 oder 10:7, und weit genauer durch 99:70 oder 140:99, als durch 45:32 ausgedrückt, dergestalt, daß wenn der Tritonus den Vortheil hätte eine Consonanz zu seyn, man nicht säumen würde, die Primzahlen 7, 11 u. in dem harmonischen Calcul aufzunehmen, so wie sie der Trompete und dem Waldhorn von Natur eigen sind. 1.)

§. 2.

Eine der wesentlichsten Ursachen, warum man bey den ersten Zahlen 1, 2, 3, 5 stehen geblieben, ist vermuthlich, weil sie die einzigen sind, die man gebrauchen kann, ein musikalisches Instrument nach dem blossen Gehör abzustimmen. Diese Zahlen geben die Einflänge, Octaven, Quinten und Terzen. Vermittelt dieser Consonanzen werden alle Instrumente zum Behuf der Praxis unter sich abgestimmt; und da eben diese Consonanzen die Seele aller Harmonie sind, so

- 1.) In dem musikalischen Calcul und folglich auf dem Papier, würden die Primzahlen 7, 11, und 13 leicht zu gebrauchen seyn. Aber da die Intervalle, welche durch diese Zahlen ausgedrückt werden sollen, auf allen andern Instrumenten und auch in der Menschenstimme, bey nahe ausser der Sphäre der Möglichkeit liegen, und sogar auf dem Clavier nicht ohne eine erstaunliche Menge von Operationen gefunden werden können, so deucht mir, daß jene Primzahlen auch alsdenn unnütz seyn würden, wenn sie Consonanzen, ja sogar wenn sie reine und brauchbare Dissonanzen wären.

so ist solches eine Ursache mehr, warum man den Zahlen 1, 2, 3, 5 und ihren Producten, den ausschliessenden Vorzug vor den andern Primzahlen giebet, so viel Recht auch vielleicht selbige haben, in der künstlichen Musik eingeführt zu werden, so wie sie in der natürlichen statt haben. II.)

Ge 3

§. 3.

II.) In unserer Musik, so wie solche beschaffen ist, wüßte ich nicht, wozu wir die aus 7, 11 oder 13 entspringenden Töne gebrauchen sollten. Sogar die alten Griechen, welche einige ihrer Töne in sehr unharmonischen und unpraktischen Verhältnissen angaben, haben sie nicht einmal gebraucht, auch nicht brauchen können. Denn wenn gleich Archytas aus Tarent ein Klanggeschlecht proponirte, in welchem $a:c = 7:6$, und $c:d$ oder $f:g = 8:7$ war, so hat es dennoch eben die Bewandniß damit, als wenn Malcolm vor etwann funfzig und einigen Jahren eine Temperatur zum Vorschein brachte, worinnen die Verhältnisse 20:19, 19:18, 18:17 und 17:16 paradirten. Alle dergleichen Verhältnisse, wenn auch einige derselben, als die 7, 11 und 13, der Trompete und dem Waldhorn natürlich sind, sind für jede andere Musik, welche auf vernünftige Grundsätze erbauet ist, unnatürlich, und müssen auf jenen Instrumenten selbst durch die Kunst des Bläsenden verbessert werden. Ich wünschte, daß diejenigen Musiker, welche für jene falsche Töne des Waldhorns und der Trompete eine Prädilection haben, zum exclusiven Gebrauch dieser Instrumente ein besonderes Musiksystem zu creiren, sich die Mühe nehmen wollten. *Opposita*

juxta

§. 3.

Die Frage ist also, einen gegebenen Ton oder gegebenes Verhältniß a vermittelst der Zahlen 2, 3, 5 dergestalt auszudrücken, daß die Formel

$$a = 2^m \cdot 3^n \cdot 5^p$$

entweder völlig genau, oder so genau als man will, aufgelöst werden könne, da die Exponenten m, n, p ganze, entweder positive oder negative Zahlen sind.

§. 4.

Man siehet ohne Mühe, daß dieses Problem von der Natur der diophantischen, aber nicht durchgehends in Rationalzahlen aufzulösen ist. Dieses geschieht nur, wenn a eine ganze Zahl oder ein Rationalbruch ist, dessen Nenner und Zähler sich nur durch 2, 3, 5 theilen lassen. In jedem andern Falle kann dieses Problem nur durch die Annäherung aufgelöst werden, und aus dieser Ursache habe ich die Bedingung: so genau als man will, iii.) hinzugefüget. Ich bemerke annoch, daß die Grösse a in der Musik
zwei-

juxta se posita &c. Dieses wäre das einzige Mittel, dem Streit über diese Materie sofort ein Ende zu machen. Da nichts als das Gehör über den Vorzug der so genannten künstlichen und natürlichen Musik erkennen kann, so proponire ich dazu die gesunden Ohren jeder durch keine künstliche Musik verwöhnten Person.
iii.) Das ist, je nachdem man mehr oder weniger Decimalstellen berechnet, in einem nähern oder entferntern Grade der Annäherung.

zwischen 1 und 2, oder $\frac{1}{2}$ und 1 eingeschlossen ist. Dieses ist allezeit möglich, weil man für m , welche Zahl man will, zu nehmen die Wahl hat.

§. 5.

Wenn man die Logarithmen gebrauchet, so verändert sich die proponirte Formel in

$$m \log. 2 + n \log. 3 + p \log. 5 = \log. a$$

Da aber die Logarithmen der Zahlen 2, 3, 5 in dem gewöhnlichen System irrational sind, so kann man dieses System dergestalt verändern, daß man den $\log. 2 = 1$ machet, und alsdenn wird seyn iv.)

$$\log. 2 = 1,000\ 000\ 000\ 000\ 000$$

$$\log. 3 = 1,584\ 962\ 500\ 721\ 156$$

$$\log. 5 = 2,321\ 928\ 094\ 887\ 362$$

Ge 4

§. 6.

iv.) Die in diesem System zum Grunde gelegte geometrische Progression ist 1. 2. 4. 8. 16. 32 u. s. w.

Es ist also ein binarisches System, so wie das gewöhnliche denarisch ist. Wenn also der

$$\log. 1 = 0,0000000 \text{ und } \log. 2 = 1,0000000 \text{ u. s. w.}$$

$$\text{so wird seyn } \log. 4 = 2,0000000 \text{ u. } \log. 8 =$$

$$3,0000000 \text{ u. } \log. 16 = 4,0000000 \text{ u. s. w.}$$

Die Logarithmen der Zwischenzahlen werden auf eben die Art gefunden, als man sie zu dem denarischen System gefunden hat. (Man sehe meine Anfangsgründe des Progressionalcalculus, Seite 90, 91 sq.) Hier brauchen wir

keine andere, als die für 3 und 5, und diese hat der berühmte Geometer selbst berechnet. Wenn

nach selbigem also der $\log. 3 = 1,5849625$ u.

$$\text{so wird seyn der } \log. 6 = 2,5849625, \text{ der}$$

log.

§. 6.

Dieses Logarithmensystem ist schicklich genug um die Tonverhältnisse einer Octave auszudrücken. Weil man aber in diesem Calcul vornehmlich mit kleinen Differenzen zu thun hat, welche von den Zahlen 2, 3, 5 zwischen den in der heutigen Musik gebräuchlichen zwölf halben Tönen einer Octave hervorgebracht werden, so wird es besser seyn, den $\log. 2 = 12$ zu machen. Als denn wird seyn

$$\log. 2 = 12,000\ 000\ 000\ 000\ 000$$

$$\log. 3 = 19,019\ 550\ 008\ 653\ 870$$

$$\log. 5 = 27,863\ 137\ 138\ 648\ 344$$

In diesem System v.) wird die Octave durch 12, und jeder halbe Ton der gleichschwebenden Temperatur

$\log. 9 = 3,1699250$, der $\log. 12 = 3,5849625$ u. s. w. Wenn ferner der $\log. 5 = 2,3219280$, so wird seyn der $\log. 10 = 3,3219280$; der aus 3. 5 zusammengesetzte $\log. 15 = 3,9068905$, und so weiter.

v.) Dieses System wird gefunden, wenn die Logarithmen des im §. 5. zuerst vorgeschlagenen Systems mit 12 multipliciret werden. Wenn allhier $\log. 1 = 0,0000000$ und der $\log. 2 = 12,0000000$, so ist der $\log. 4 = 24,0000000$, der $\log. 8 = 36,0000000$ u. s. w. Da nun der Zwischenlogarithme $3 = 19,0195500$, und der von 5 $= 27,8631371$: so ist der $\log. 6 = 31,0195500$, $\log. 9 = 38,0391000$, $\log. 10 = 39,8631371$ u. s. w. Wenn man die Differenz der Logarithmen 2 und 1 durch 12 theilet, so kömmt der Logarithme 1,0000000 für den Wehrt

peratur durch die Einheit vorgestellet. Hierdurch wird man sehr leicht finden, um wie viel jede andere Temperatur von der gleichschwebenden unterschieden ist. Es sey z. E. das Verhältniß $45 : 32$, welches dem Tritonus, oder dem sechsten halben Tone der Octave sehr nahe kömmt. Es wird seyn $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$. Also

$$\begin{array}{r} 2 \log. 3 = 38,039 \ 100 \ 017 \ 307 \ 740 \\ \log. 5 = 27,863 \ 137 \ 138 \ 648 \ 344 \\ \hline \log 45 = 65,902 \ 237 \ 155 \ 956 \ 084 \\ \log. 32 = 5 \ 1. 2 = 60,000 \ 000 \ 000 \ 000 \ 000 \\ \hline 5,902 \ 237 \ 155 \ 956 \ 084 \\ \text{Triton. aequal.} = 6,000 \ 000 \ 000 \ 000 \ 000 \\ \hline \text{Differenz} = 0,097 \ 762 \ 844 \ 043 \ 916 \end{array}$$

Diese Differenz ist ungefähr der 10te Theil eines halben Tons.

§. 7.

Ich werde diese Logarithmen gebrauchen, um die Quinten und Terzen gegen einander zu vergleichen,

Es $5 =$ gleichen,

Beht eines halben Tons. Man setze selbigen 12 mal hintereinander dem $\log. 1$ zu, so wird sich die gleichschwebende Temperatur in den vollkommensten Logarithmen darlegen, und in selbiger seyn $c = \log. 0,00000000$ 2c.

1ster	halbe Ton	=	$\log. 1,00000000$
2ter	—	=	$\log. 2,00000000$
3ter	—	=	$\log. 3,00000000$
4ter	—	=	$\log. 4,00000000$
5ter	—	=	$\log. 5,00000000$
6ter	—	=	$\log. 6,00000000$
7ter	—	=	$\log. 7,00000000$ u. s. w.

gleichem, und um einen gewissen und beständigen Vergleichungspunkt zu haben, die gleichschwebende Temperatur zum Grunde legen. In diesem Falle werde ich für die Quinten haben

$$\log. 3 = 19,019\ 550\ 008\ 653\ 870$$

$$\log. 2 = 12,$$

$$\log. (3:2) = 7,019\ 550\ 008\ 653\ 870$$

$$\text{die gleichsch. Quinte} = 7,$$

$$\text{Differenz} = 0,019\ 550\ 008\ 653\ 870$$

Wenn man diese Differenz mit 12 multiplicirt, so findet man, daß zwölf reine Quinten so viele gleichschwebende Quinten, oder den Wehrt von 7 Octaven, um $= 0,234\ 600\ 103\ 846\ 440$ excediren. Dieser Logarithme ist das Maaß des ditonischen Commatis 531441 : 524288.

§. 8.

Was die grossen Terzen betrifft, so findet man ebenfalls

$$\log. 5 = 27,863\ 137\ 138\ 648\ 344$$

$$\log. 4 = 24,$$

$$\log. (5:4) = 3,863\ 137\ 138\ 648\ 344$$

$$\text{die gleichschwebende große Terz} = 4,$$

$$\text{Differenz} = 0,136\ 862\ 861\ 351\ 656$$

Die grosse Terz hat also einen Defect, während der Zeit die Quinte, aber vielweniger als die Terz, im Excesse fehlet; und da die kleine Terz 6:5 die Differenz der Quinte und grossen Terz ist, so findet man ohne Mühe, daß sie einen Exceß

Exceß hat, und daß dieser Exceß die Summe des Quintenexceßes und des Defects der großen Terz ist. Aus dieser Ursache ist es nicht nöthig die kleinen Terzen besonders zu berechnen, und wir brauchen uns nur an der Quinte und großen Terz, das ist an 2, 3, 4, 5 zu halten.

§. 9.

Da die Quinten also zuviel und die großen Terzen zu wenig haben, so siehet man, daß der Exceß einer gewissen Anzahl von Quinten durch den Defect einer gewissen Anzahl von großen Terzen mehr oder weniger ersetzt werden kann. Dieserhalb darf man nur das Verhältniß zwischen dem Quintenexceß $= 0,019550008653870$ u. dem Def. der gr. T. $= 0,136862861351656$ durch einen stetigen Bruch ausdrücken. Dieser wird seyn

$$\begin{array}{r}
 \frac{1}{7 + \frac{1}{1527 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{30 + \text{cer.}}}}}}
 \end{array}$$

und der genaue Werth dieses Bruchs ist

$$\frac{28. \log. 2 - 12. \log. 5}{12. \log. 3 - 19. \log. 2}$$

dergestalt daß derselbe ins Unendliche fortgeführt werden kann.

§. 10.

§. 10.

Es ergeben sich aus diesem Bruche folgende Verhältnisse zwischen der Anzahl der sich einander compensirenden Quinten und großen Terzen:

Große Terzen. Quinten.

I	.	.	.	7
1527	.	.	.	10690
4582	.	.	.	32077
6109	.	.	.	42767
187852	.	.	.	1295087
∞.				∞.

das ist, daß der Exceß von sieben Quinten sehr nahe durch den Defect einer großen Terz ersetzt wird. Denn wenn man den Defect der Terz = 1 machet, so wird der Quintenexceß seyn

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{7 \cdot 10690} + \frac{1}{10690 \cdot 32077} - \frac{1}{32077 \cdot 42767} + \frac{1}{42767 \cdot 1295087} - \infty.$$

dergestalt, daß man nur auf eine Anzahl von 1527 großen Terzen oder 7 mal 1527 = 10689 Quinten, eine Quinte mehr nehmen muß. Da man in der praktischen Musik nicht so viele Terzen und Quinten gebraucht, so ist das Verhältniß von 1 zu 7 mehr als hinlänglich. Der dabey vorgehende Fehler ist unvernehmlich, wenn man, um ein Instrument zu stimmen, auch 10689 Quinten brauchte, und man die Quinte wegliesse, welche man mehr nehmen müßte. Denn

Denn der Quintenfehler beträgt nicht mehr als $\frac{1}{12}$ des ditonischen Commatis oder circa den $\frac{1}{100}$ Theil eines ganzen Tons. Wir wollen sehen, was für einen Gebrauch wir von dieser Annäherung machen können.

§. 11.

Ich werde den Exceß einer Quinte mit der Einheit bezeichnen, und der Defect einer großen Terz wird alsdenn sehr nahe seyn $= -7$. Man könnte nach aller Strenge diesen Defect zu $= -7 - y$ machen, um die kleine Größe y , welche nicht mehr als $\frac{1}{1527}$ der von mir zum Grunde gelegten Einheit ausmachet, mit in Anschlag zu bringen. Da die Octave allezeit vollkommen rein supponiret wird, so ist der Exceß oder Defect derselben $= 0$, und in Rücksicht hierauf kommt selbige nicht in Betracht.

§. 12.

Es sey also der Generalausdruck der Zahlen und harmonischen Verhältnisse

$$2^m \cdot 3^n \cdot 5^p = a$$

Dieser Ausdruck enthält n Quinten und p große Terzen. Es wird also seyn

$$\begin{array}{ll} \text{für } n \text{ Quinten der Exceß} & \dots + n \\ \text{für } p \text{ große Terzen der Defect} & \dots - 7p \end{array}$$

Dieser Ausdruck a differiret also von demjenigen, was die gleichschwebende Temperatur giebet, um $+n - 7p = \Delta a$ Einheiten, oder um $(n - 7p)$ mal der Exceß einer Quinte gerechnet. Wenn nun
eine

eine Quinte aus 7, und eine große Terz aus 4 halben Tönen besteht, so folget, daß wenn man n Quinten und p große Terzen nacheinander zählt, man überhaupt haben wird

$$7n + 4p = 12Q + q \text{ halbe Töne.}$$

Ich verstehe hier durch Q die Anzahl der in $7n + 4p$ enthaltenen Octaven.

§. 13.

Diese Anzahl Q wird so wie q , durch das gegebne Verhältniß a und durch den Exponenten m bestimmt, dergestalt, daß man überhaupt setzt

$$\frac{3^n \cdot 5^p}{2^n + 2^p} = a \cdot 2^Q$$

Wenn also a größer als 2 ist, so nimmt man den Logarithmen von a , und dividirt denselben durch $\log. 2$. Der Quotient wird seyn $= Q$ und das Residuum $= q$. Wenn dieses Residuum wiederum durch ein Zwölftheil des $\log. 2$ getheilet wird, so giebet der Quotient die Anzahl der halben Töne, welche das Verhältniß a über die Q Octaven in sich fasset; und wenn der Rest durch den Logarithmen des ditonischen Commatis getheilet wird, so wird der Quotient annoch die Anzahl der Commatum geben, welche das Verhältniß a über die Octaven und halben Töne enthält. Wenn endlich das letzte Residuum durch $\frac{1}{12}$ diton. Comm. getheilet wird, so bekommt man die Anzahl der Zwölftheile des Com-

Commatis, welche das Verhältniß a annoch begreift, zum Quotienten. Da diese Zwölfscheile die von uns zum Grunde gelegten Einheiten sind, so braucht man die Schärfe nicht weiter zu treiben. Man kann zu diesen Berechnungen die gewöhnlichen Logarithmen oder jedes andere gefällige System gebrauchen. Das im §. 6 von mir angegebne dürfte wohl einige Vorzüge haben. Ich werde fortfahren es zu gebrauchen.

§. 14.

Es sey das Verhältniß $a = 7$, und es soll selbiges durch Octaven, Quinten und große Terzen sehr genau ausgedrückt werden. Man wird haben

$$\log. 7 = 33,68825906$$

welches 33 halbe Töne, oder 2 Octaven und 9 halbe Töne, nebst 0,68825906 Decimaltheilen eines halben Tons giebet. Wenn man diese Theile durch den Quintenexceß 0,01955000865 *rc.* (§. 9.) theilet, so bekommt man 35 Einheiten oder Quintenexcesse zum Quotienten. Lassen wir die Anzahl der Octaven unbestimmt, so ergeben sich aus diesen Datis die beyden Gleichungen

$$\begin{aligned} n - 7p &= 35 \\ 7n + 4p &= 12Q + 9r. \end{aligned}$$

wo die Zahl 7 über eine gewisse Anzahl von Octaven und 9 halben Tönen einen Exceß von 35 Einheiten enthält. Wenn man aus diesen beyden Gleichungen den Buchstaben n heraushebet,

432 I. Lamberts Gedanken

so kommt $12 Q = 236 + 53 p$. Diese Gleichung muß in ganze Zahlen aufgelöst werden, dergestalt daß $Q = 20 - \frac{4 - 53 p}{12} =$ ganze

Zahl. Die geringsten Wehrte, welche man für p findet, sind

$$p = -4 \quad p = +8$$

Daraus entsteht

$$\begin{array}{ll} Q = +2 & Q = +55 \\ n = +7 & n = +91 \end{array}$$

Nach der ersten Auflösung werden also sieben Quinten weniger vier große Terzen erfordert. Das macht

$$\left(\frac{3}{2}\right)^7 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^4 = \frac{3^7 \cdot 2}{5^4} = \frac{4374}{625} = 7 - \frac{1}{625}$$

oder

$$\begin{array}{r} \log. 2 + 7 \log. 3 = 145,13685006 \\ 4 \log. 5 = 111,45254855 \\ \hline 33,68430151 \\ \text{Es ist aber } \log. 7 = 33,68825906 \\ \hline 0,00395755 \end{array}$$

Diese Differenz beträgt nicht mehr als $\frac{1}{252}$ Theil eines halben Tons, oder $\frac{1}{52}$ des diton. Commatis.

Die zweyte Auflösung erfordert 91 Quinten und 8 große Terzen.

Das

über die musikal. Temperatur. 433

Das giebt

$$\begin{array}{r} 91 \log. 3 = 1730,7790507876 \\ - 8 \log. 5 = - 222,9050971092 \end{array}$$

$$\hline 1953,6841478968 \\ 160 \log. 2 = 1920,$$

$$\hline 33,6841478968 \\ \text{Es ist aber } \log. 7 = 33,6882590613 \\ \hline 0,0041111645$$

Diese Differenz ist bey nahe derjenigen gleich, welche die erste Auflösung giebet. Die Ursache warum sie nicht völlig eben dieselbe ist, ist folgende. Wenn wir einerseits den Exceß des Log. 7 über 33 halbe Töne evalviret haben, so haben wir die runde Zahl von 35 Einheiten oder Quintenercessen genommen; und auf der andern Seite ist der Defect der großen Terz um etwas weniger größer als das Septuplum des Quintenercesses. Sobald man diese doppelte Auslassung in Rechnung bringet, ist der Calcul richtig. Ich habe einen Versuch gemacht, um mich von der Gewißheit desselben zu überzeugen. Uebrigens ist die erste Auflösung der zweiten vorzuziehen, weil nur eine kleine Anzahl von Quinten und Terzen dazu erfordert wird.

§. 15.

Nach demjenigen, was wir gesehen haben, wird man ohne Schwürigkeit das Problem auflösen: dem Claviere durch Hülfe der bloßen Octaven, Quinten und großen Terzen
V. Band 6. St. §f die

die gleichschwebende Temperatur mitzu-
theilen. Es wird seyn

$$\begin{aligned} n - 7p &= 0 \\ 7n + 4p &= 12Q + q \end{aligned}$$

Wenn man n heraushebet, vi.) so kommt

$$53p = 12Q + q$$

oder

$$Q = \frac{53p - q}{12} = 4p + \frac{5p - q}{12} = \text{ganze Zahl,}$$

woraus man folgende Wehrte herleitet, welche
die kleinsten von allen sind:

Quinten. n	Gr. Terzen. p	Halbe Töne q	Ton.
0	0	0	C
+ 7	+ 1	+ 5	F
+ 14	+ 2	+ 10	B
+ 21	+ 3	+ 3	Es (Dis)
+ 28	+ 4	+ 8	Gis
+ 35	+ 5	+ 1	Cis
+ 42	+ 6	+ 6	Fis
— 7	— 1	+ 7	G
— 14	— 2	+ 2	D
— 21	— 3	+ 9	A
— 28	— 4	+ 4	E
— 35	— 5	+ 11	H
— 42	— 6	+ 6	Fis

§. 16.

vi.) Das heißt: dadurch aus der Gleichung heraus-
bringer, daß an seine Stelle 7 p gesetzt wird.

Weil

§. 16.

Um von dieser Tabelle Gebrauch zu machen, fängt man an von welchem Ton man will, und stimmt die folgenden sieben Quinten, z. E.

C... G... D... A... E... H... Fis... Cis

Hiezu die große Terz Cis... Eis, welche mit dem Ton F einerley ist, und der Ton F wird gleichschwebend temperiret seyn. (So oft eine Quinte den Umfang einer Octave überschreitet, stimmt man das höchste Ende derselben eine Octave herunter, und fährt hernach mit den Quintenoperationen fort.) Nun fängt man von dem Tone F wieder an, und wenn wiederum sieben Quinten und ein große Terz gestimmt werden, so kommt man zum Tone B, welcher auch gleichschwebend seyn wird. Ein auf diese Art sechs- mal wiederholter Proceß wird nach und nach die Töne C, F, B, Es oder Dis, Gis, Cis, Fis, alle gleichschwebend, geben. Nach diesem geht man wiederum zum C zurück und nimmt die Quinten und großen Terzen rückwärts, das ist absteigend, um die andern Töne G, D, A, E, H gleichschwebend zu erhalten. Ich stelle den ganzen Proceß in folgender Tabelle vor:

§f 2

C

Weil nemlich $n - 7p = 0$

so ist $n = 7p$

folglich $7n = 49p$

und $7n + 4p = 53p = 12Q + q$

C	G	D	A	E	H	Fis	Cis	F
F	C	G	D	A	E	H	Fis	B
B	F	C	G	D	A	E	H	Dis
Dis	B	F	C	G	D	A	E	Gis
Gis	Dis	B	F	C	G	D	A	Cis
Cis	Gis	Dis	B	F	C	G	D	Fis
C	F	B	Dis	Gis	Cis	Fis	H	G
G	C	F	B	Dis	Gis	Cis	Fis	D
D	G	C	F	B	Dis	Gis	Cis	A
A	D	G	C	F	B	Dis	Gis	E
E	A	D	G	C	F	B	Dis	H

Man merke, daß wenn die gleichschwebende Temperatur nach dieser Methode executiret werden soll, es gut ist, einen Doppelflügel dazu zu nehmen, und wenn man auf dem einen Griffbrett einen Ton gefunden hat, solchen sofort auf das andere zu übertragen VII.) Man stimmt das C auf beyden Griffbrettern oder Clavieren in den Einklang; suchet auf dem ersten die gleichschwebenden Töne F, B, Dis, Gis, Cis, Fis, G, D, A, E, H, und stimmt das zweite Clavier darnach in der Ordnung, als man diese Töne gefunden hat. Ist aber der Flügel nur einfach, so transponiret man die gleichschwebenden Töne in die Octaven derselben. VIII.) §. 17.

VII.) Auf einem einfachen, das ist nur mit einem Griffbrett versehenen Flügel überträgt man die Töne von einem Register auf das andere.

VIII.) Man sehe meinen Versuch über die Temperatur, (§. 135. folg.) wo der ganze Proceß mechanisch vor Augen gelegt worden.

§. 17.

Die gleichschwebende Temperatur für 24 Viertelheiltöne giebet folgende zwei Gleichungen, worinnen p, q, n die Viertelheiltöne bezeichnen,

$$\begin{aligned} n - 7p &= 0 \\ 14n + 8p &= 24Q + q, \end{aligned}$$

Hieraus $Q = 4p + \frac{10p - q}{24} = \text{ganze Zahl.}$

Da diese Bedingung nur alsdenn statt findet, wenn q eine gerade Zahl ist, so erhellet, daß man auf diese Art nur den 2, 4, 6 = 22^{ten} Viertelheilton, das ist, die halben Töne der Octave findet. Um also den 1, 3, 5, 7 = 23^{ten} Viertelheilton zu finden, muß man anders verfahren.

§. 18.

Man kann also anstatt der proponirten Gleichungen, und zwar weit genauer, nehmen

$$\begin{aligned} n - (7 + \frac{1}{527})p &= 0 \\ 14n + 8p &= 24Q + q \end{aligned}$$

Hieraus folget $5\frac{3}{5}3\frac{4}{3}4\frac{4}{4}9p = 24Q + q$
oder aber, wenn man setzet $p = 5345r$,

$$53449r = 24Q + q$$

dieses giebet $Q = 2227r + \frac{r - q}{24} = \text{ganze Zahl.}$

Es ist also genug $r = q$ zu machen, und jedem dieser Buchstaben den Wehrt von $\pm 1, 2, 3,$

Sf 3

4, = 12

438 I. Lamberts Gedanken

4, 2 = 12 zu geben. Man wird in diesem Falle haben

Quinten. Große Terzen. Viertheiltöne.

n	p	q
+ 10690	+ 1527	+ 1
+ 21380	+ 3054	+ 2
+ 32070	+ 4581	+ 3
xc.	xc.	
— 10690	— 1527	— 1
— 21380	— 3054	— 2
— 32070	— 4581	— 3
xc.		

So genau dieses System ist, so ist es wegen der vielen dazu nöthigen Quinten und Terzen in der Ausübung nicht zu gebrauchen.

§. 19.

Es ist ein ander Mittel die Ausübung zu erleichtern übrig. Wir wollen annehmen, Δa bedeute einen Viertheilton. Das giebt die runde Zahl $26 = \Delta a$; denn nach aller Schärfe sollte $\Delta a = 25, 575 \dots$ seyn; und alsdenn können wir die Gleichungen

$$n - 7p = 26$$

$$7n + 4p = 12Q + q,$$

worinnen die Buchstaben n, p, q die halben Töne bezeichnen, gebrauchen. Wenn man n heraushebet, so ist

$$Q = 4p + 15 = \frac{5p - q + 2}{12}$$

Dadurch

Dadurch findet man

Halbe Töne. Quinten. Gr. Terzen. Viertheiltöne.

q	n		p	$2 (q + \frac{1}{2})$
0	+ 40	+	2	1
1	+ 75	+	7	3
2	+ 26	+	0	5
3	+ 61	+	5	7
4	+ 12	—	2	9
5	+ 5	—	3	11
6	— 2	—	4	13
7	+ 33	—	1	15
8	+ 68	+	6	17
9	+ 19	—	1	19
10	+ 54	+	4	21
11	— 9	—	5	23

Wenn einer dieser Viertheiltöne ix.) gefunden ist, so kann man ihn zum Grunde legen; und wenn man von selbigen an sieben Quinten und eine Terz abzählet, und da wo es nöthig ist die Octaven abzieht, so wird man von dem zum Grunde gelegten Ton die Quarte haben. Von dieser Quarte zählet man wiederum sieben Quinten und eine große Terz, um die Quarte dieser Quarte zu bekommen. Wenn man diese Operation eilsmal wiederholet, so wird man alle eigentliche Viertheiltöne, das ist diejenigen haben, welche zwischen den zwölf halben Tönen der Octave liegen. Diese letztern werden nach der im §. 16 dargelegten Methode gefunden.

§f 4

§. 20.

ix.) Man sehe was im IIten Abschnitt dieser Beiträge (§. 3.) von diesen Viertheiltönen gesaget wird.

§. 20.

Da dieses System von Viertelheilstönen nicht mehr Mode ist, so kehre ich zu dem unsrigen von 12 halben Tönen zurück. Diejenigen welche die gleichschwebende Temperatur als zu einförmig verwerfen, dürfen sich nur erklären, um wie viele Quintenexcesse sie jeden halben Ton der Octave höher oder tiefer, als in der gleichschwebenden Temperatur, verlangen. Die Formeln

$$n - 7p = \Delta a$$

$$Q = 4p \pm \frac{5p - q \pm 7 \cdot \Delta a}{24} = \text{ganze Zahl}$$

werden dienen, die Anzahl der Quinten und großen Terzen zu finden, welche man entweder auf- oder absteigend abzu zählen hat, um jeder Seite den verlangten Ton zu geben. Laßt uns sehen, daß die Quinten F, C, G, D, A, E, H, Fis (das ist fc, cg, gd, da, ae, eh, h fis) rein, das ist in dem Verhältniß 3:2 seyn sollen. Man wird ohne Mühe finden, daß die übrigen fünf Quinten nach und nach um die 6 Excesse, welche die 6 ersten Quinten geben, erniedriget werden müssen; und hiezu wird man auf folgende Art gelangen:

$$\begin{array}{cccccccccccc} \text{C} & \text{cis} & \text{D} & \text{dis} & \text{E} & \text{F} & \text{fis} & \text{G} & \text{gis} & \text{A} & \text{B} & \text{H} \\ \Delta a = & +0 & +5 & +2 & +2 & +4 & -1 & +6 & +1 & +3 & +3 & +0 & +5 \end{array}$$

Wenn man diese Wehrte in den beyden Gleichungen substituïret, so wird man für den geringsten Wehrt von p und n finden:

 Δa

	Δa	q		p		n		Δa	q		p		n
C	0	0		0		0	Fis	6	6	+	0	+	6
Cis	5	1	—	2	—	9	G	1	7	—	0	+	1
D	2	2	+	0	+	2	Gis	3	8	—	5	—	32
Dis	2	3	+	1	+	5	A	3	9	+	0	+	3
E	4	4	+	0	+	4	B	0	10	+	2	+	14
F	1	5	—	0	—	1	H	5	11	+	0	+	5

In diesem System sind die 7 Quinten F, C, G, D, A, E, H, Fis rein, und die andern nicht mehr als höchstens um $\frac{1}{4}$ Com. dit. erniedriget worden. x.) Es findet sich annoch in den großen Terzen eine große Verschiedenheit. Sie sind alle mehr oder weniger erhöht worden, und es giebt nicht mehr als vier, welche um das syntonische Comma (81:80) zu hoch wären.

§ 5

§. 21.

x.) Es verstreut allhier ein kleiner Irthum, indem von den fünf letzten Quinten die von gis:dis um sechs Zwölftheil Comm. dit. ab- und es:b um ein Zwölftheil aufwärts schrebet. Die Quinte fis:cis schwebet, wie sie soll, $\frac{2}{12} \Lambda$; die Quinte cis:gis $\frac{3}{12} \Lambda$ und b:f $\frac{1}{12} \Lambda$. Es kommt aber der obige Irthum von dem Tone dis her, dessen Entfernung von dem gleichschwebenden dis zu + 2 angegeben worden. Dieser Ton muß nemlich in der Structur nur zu + 1 angenommen werden, als:

C cis D dis E

$$\Delta a = + 0 + 5 + 2 + 1 + 4 \text{ u. f. w.}$$

und der geringste Wehrt für p und n wird als denn seyn, wie folget:

$$\text{dis } \Delta a \mid \begin{array}{c} q \\ 3 \end{array} \mid \begin{array}{c} p \\ + 4 \end{array} \mid \begin{array}{c} n \\ + 29 \end{array}$$

§. 21.

Die reinen Quinten in diesem System gehören den am meisten gebräuchlichen tonischen Noten zu. Aber eben diese Reinigkeit ist Ursach, warum die großen Terzen ce , $d\text{fis}$, fa , gh um den Wehrt des syntonischen Commatis, oder um 11 Quintenexcesse zu hoch sind. Es scheint also, daß man, um die Mittelstrasse zu gehen, besser thun würde, den Quinten etwas abzunehmen, damit die großen Terzen ihrer Reinigkeit desto näher kommen können. Dieses wird geschehen, wenn man die Seyten nach folgender Art ordnet:

C cis D dis E F fis G gis A B H
 $\Delta a = 0 - 5 \quad 0 - 3 - 2 - 1 - 4 \quad 1 - 4 - 1 - 2 - 3$

In diesem System sind die Quinten G, D, A, E, H, fis, cis eine jede um $\frac{1}{8}$ diton. Comm. erniedriget worden; die andern sind rein. Die großen Terzen sind alle scharf; die von gh , $d\text{fis}$, $a\text{cis}$ sind es nur um $\frac{1}{4}$ diton. Comm., die von ce und $egis$ um $\frac{5}{12}$, die andern etwas mehr; aber keine darunter ist um mehr als $\frac{1}{12}$ dit. Com. oder um das synton. Comma $81:80$ erhöht worden. Um das Clavier hiernach zu stimmen, hat man

	p	n	q		p	n	q
G	+0	+1	7	Cis	+0	-5	1
C	+0	+0	0	Fis	+2	+10	6
F	+0	-1	5	H	+4	+25	11
B	+0	-2	10	E	+6	+40	4
Dis	+0	-3	3	A	-4	-29	9
Gis	+0	-4	8	D	-2	-14	2

§. 22.

§. 22.

Wenn man aber die großen Terzen FA, CE, GH, DFis, gleich haben will, dergestalt daß sie sich so wenig als möglich von ihrer natürlichen Reinigkeit entfernen, so muß man in Ansehung der Quinten eine andere Temperatur suchen. Es sey z die Anzahl der Quintenexcesse, um welche jede dieser Terzen schwächer als in der gleichschwebenden Temperatur seyn soll. Es sey annoch y, z, x die Anzahl der Quintenexcesse, um welche die Töne F, G, D von der gleichschwebenden Temperatur differiren. Laßt uns die 12 halben Töne der Octave nach der Ordnung der Quinten stellen, und wir werden bekommen:

halbe Töne	C	G	D	A	E	H	Fis	Cis	Gis	Dis	B	F
$\Delta a =$	0	z	x	$y - t$	$-t$	$z - t$	$x - t$					y

Hier siehet man, daß die Quinten von Fis bis F von denen zwischen F und Fis genugsam verschieden seyn können. Man kann sogar fragen, ob diese nicht einander gleich seyn können. Dieses kann geschehen. Denn da der Exceß der Quinte $CG = z$, so wird derselbe für die andern Quinten eben derselbe seyn, wenn man machet

$$\text{für FC} \dots z = -y$$

$$\text{für GD} \dots z = x - z, \quad \text{folglich } x = 2z$$

$$\text{für DA} \dots z = y - t - x, \quad \text{folgl. } t = -4z$$

Diese Behrte sind annoch für die Quinten A, E, H, Fis hinlänglich; also hindert uns nichts diese Quinten gleich zu machen, obgleich solches übriggens nicht ausdrücklich nöthig ist. Machen wir sie gleich, so haben wir

444 I. Lamberts Gedanken

C G D A E H Fis Cis Gis Dis B F
 0 z 2z² 3z³ 4z⁴ 5z⁵ 6z⁶ — z

und vertheilen wir die Differenz zwischen Fis und F zur Hälfte, so ist

C | G | D | A | E | H | Fis | Cis | Gis | Dis | B | F
 $\Delta a = 0 \mid z \mid 2z \mid 3z \mid 4z \mid 5z \mid 6z \mid 4,6.z \mid 3,2.z \mid 1,8.z \mid 0,4z \mid -z$

Es bleibt also die Bestimmung des Wehrts von z übrig. Ich bemerke zuvörderst, daß derselbe negativ seyn muß, weil $t = -4z$. Hernach verlangt man, daß die Quinten nicht sogar erniedriget werden sollen. Aus dieser Ursach muß die Differenz jeder der fünf letzten Quinten höchstens nicht mehr als $= 1$ seyn. Dieses giebet

$$-1,4z = 1$$

$$z = -\frac{5}{7}.$$

Die Temperatur wird also seyn

C | G | D | A | E | H | Fis
 $\Delta a = 0 \mid -\frac{5}{7} \mid -\frac{10}{7} \mid -\frac{15}{7} \mid -\frac{20}{7} \mid -\frac{25}{7} \mid -\frac{30}{7}$
 Cis | Gis | Dis | B | F
 $\mid -\frac{23}{7} \mid -\frac{16}{7} \mid -\frac{9}{7} \mid -\frac{2}{7} \mid +\frac{5}{7}$

oder mit Vermeidung der Brüche

0 | -1 | -1 | -2 | -3 | -4 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | +1

In diesem System sind die fünf Quinten fis cis, cis gis, gis dis, es b, und b f rein; die andern aber um $\frac{1}{12}$ oder höchstens um $\frac{2}{12}$ dit. Comm. erniedriget. Die großen Terzen F A, C E, G H, D Fis sind um $\frac{1}{3}$ dit. Comm. erhöht, und der Exceß der andern gehet von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{11}{12}$ Comm. dit. Für diese Temperatur findet man folgende Wehrte:

C

	C	G	D	A	E	H	Fis	Cis	Gis	Dis	B	F
$q=0$		7	2	9	4	11	6	1	8	3	10	5
$\Delta a=0$		-1	-1	-2	-3	-4	-4	-3	-2	-1	0	+1
$p=0$		-2	-3	-5	+5	+3	+2	+2	+2	+2	+2	+2
$n=0$		-15	-22	-37	+32	+17	+10	+11	+12	+13	+14	+15

§. 23.

Da sich in denen Systemen, welche ich erörtert habe, Töne befinden, zu deren Abstimmung eine ziemliche Anzahl von Quinten und großen Terzen erfordert wird, so wollen wir untersuchen, welche Temperatur wohl in Absicht hierauf die wenigsten Operationen erfordert, und welche dessen ungeachtet nicht viel von der gleichschwebenden unterschieden seyn möchte. Man nehme diesermwegen in der Formel

$$\frac{5p - q + 7 \cdot \Delta a}{12} = \text{ganze Zahl}$$

für q nach und nach die Wehrte 0, 1, 2, 3... 11, und bestimme Δa und p dergestalt, daß diese Wehrte die kleinsten positiven und negativen Zahlen machen, und solche der Bedingung ein Genüge thun, eine ganze Zahl zum Quotienten zu geben. Nachhero wird man n vermittlest der Gleichung $n = 7p + \Delta a$ finden. Hier sind die von mir gefundenen Wehrte:

q	Δa	p	n	q	Δa	p	n
0	0	0	0	4	+3	-1	-4
1	-3	+2	+11	5	0	+1	+7
2	0	-2	-14	...	-1	0	-1
...	+1	-1	-6	...	-2	-1	-9
...	+2	0	+2	6	+3	+3	+18
3	-1	+2	+13	7	0	-1	-7
...	-2	+1	+5	...	+1	0	+1
...	-3	0	-3	...	+2	+1	+9

q	Δa	p	n
8	— 2	+ 2	+ 12
...	— 3	+ 1	+ 4
9	+ 1	— 2	— 13
...	+ 2	— 1	— 5
...	+ 3	0	+ 3
10	0	+ 2	+ 14
...	— 1	+ 1	+ 6
...	— 2	0	— 2
11	+ 2	— 3	— 19
...	+ 3	— 2	— 11

Wenn man die Fälle nimmt, in welchen n so klein als möglich ist, so wird man folgendes System haben:

	C	G	D	A	E	H	Fis	Cis	Gis	Dis	B	F
$\Delta a = 0$	1	+2	+3	+3	+ 3	*	— 3	— 3	— 3	— 3	— 2	— 1
$p = 0$	0	0	0	— 1	— 2	*	+ 2	+ 1	0	0	0	0
$n = 0$	1	+2	+3	— 4	— 11	*	+ 11	+ 4	— 3	— 2	— 1	— 1

Ich habe die Wehrte für den sechsten halben Ton Fis unbestimmt gelassen, um die Operation abzukürzen, und weil dieser Ton sich von selbst aus den Quinten H Fis Cis ergiebet. Ueber dieses erfordert die ganze Anordnung dieses Systems, daß man für Fis setze $\Delta a = 0$, dergestalt daß dieser Ton mit dem gleichschwebenden Fis übereinkomme. Auf diese Art werden die Quinten es b, bf, fc, cg, gd, da rein, das ist in dem Verhältniß 3:2 seyn. Die Quinten h fis, fis cis werden um $\frac{1}{3}$ Com. dit., und die andern Quinten ae, eh, cis gis, gis dis um $\frac{1}{12}$ Comm. dit. abwärts schweben. Die Terzen A Cis, E Gis, H Dis schweben nur $\frac{1}{12}$ Com. dit. über sich

über die musikal. Temperatur. 447

sich, die andern mehr, wiewohl keine darunter ist, welche um den Wehrt xi) des ditonischen Commatis das Verhältniß 5 : 4 übertrete.

§ 24.

xi.) Ich füge zur Gesellschaft folgende ungleichschwebende Temperatur hinzu:

	Δa	q	p	n		Δa	q	p	n
c	0	0	0	0	fis	+4	6	-2	-10
g	1	7	-1	-7	cis	+5	1	-2	-9
d	+1	2	-1	-6	gis	+6	8	-2	-8
a	+2	9	-1	-5	dis	+3	3	-0	-3
e	+3	4	-1	-4	b	-2	10	-0	-2
h	+3	11	-2	-11	f	-1	5	-0	-1

Es kommt bey dieser Temperatur darauf an, daß man eine um $\frac{10}{12}$ Comm. dit. erniedrigte Quinte, und drey, eine jede, um $\frac{11}{12}$ Com. dit. erniedrigte kleine Terzen verdauen kann. Wenn mein Versuch über die Temperatur bekannt ist, wird leicht erachten, daß ich sie nicht empfehlen werde. Sie hat kein weiteres Verdienst, als 1) daß die böse Quinte von $\frac{10}{12} \Lambda$ nicht in diejenigen Töne, nach welchen man die Violinen stimmt, sondern in die Töne gis dis, in welche unsere Alten den von ihnen sogenannten Wolf quasi ad *Anticyras* zu relegiren pflegten, verlegt worden ist; und 2) daß nicht mehr als siebenzehn Operationen erfordert werden, um sie aufzutragen, wie man aus folgender Demonstration sehen wird:

(I.) Man stimme cf, fb, und bes, und übertrage die Töne auf ein zweytes Register.

(II.) Man stimme es as, gis cis, cis fis, fis h und die absteigende große hg. Von diesen Tönen wird kein einziger als der letzte nemlich g behalten, und auf das zweyte Register getragen.

(III.)

§. 24.

Diese Abhandlung war bereits auf der Academie vorgelesen, als der Hr. K. R. M. mir proponirte zu untersuchen, wie man mittelst bloßer Consonanzen eine Temperatur hervorbringen könnte, worinnen die Quinten CG, AE, Fis Cis, Es B um $2\frac{1}{2}$ Com. dit. Λ , FC um $\frac{2}{12}\Lambda$ schwebte, die übrigen Quinten aber rein wären. Dieses Problem giebet folgende Tabulatur

C	Cis	D	Dis	E	F	Fis	G	Gis	A	B	H	d
○	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	○	○	○

woraus man siehet, um wie viele Quintenexcesse jeder Ton von denen in der gleichschwebenden Tem-

(III.) Man stimme von dem vorhergehenden h an die absteigende Quinte h e und die beyden absteigenden großen Terzen e c und c a s. Von diesen Tönen wird keiner als der Ton a s oder gis behalten, und auf das zweyte Register getragen.

(IV.) Nun kann man auf dem zweyten Register zu stimmen fortfahren, und von g an die drey aufsteigenden Quinten g d, d a, a e; und von gis an die drey absteigenden Quinten gis cis, cis fis und fis h stimmen.

In dieser Temperatur sind die neun Quinten g d, d a, a e, e h, h fis, fis cis; e s b, b f, und f c rein; die beyden Quinten c g und e h eine jede um $\frac{1}{12}$ Comm. dit., und die Quinte gis dis um $\frac{10}{12}$ abwärts alteriret. Wie die Beschaffenheit der großen und kleinen Terzen aus einer gewissen Anzahl von Quinten gefunden werde, habe ich in meinem Versuch über die Temperatur gelehret.

Temperatur differiren soll. Denn alsdenn bekommt man, wenn die Töne quintenweise folgen,

C	G	D	A	E	H	Fis	Cis	Gis	Dis	B	F	c
0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	0	$+\frac{1}{2}$	0
Differenz	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

Nun habe ich bereits gefunden, daß 22 reine große Terzen 85 halbe Töne — 0,010982949736432 eines mittlern oder gleichschwebenden halben Tons geben, welches ungefähr 7 Octaven $+$ 1 halb. Ton $-\frac{1}{2}$ Quintenexceß macht. Wenn man also von C an 22 reine große Terzen nimmt, so wird man auf die E Taste kommen. Es wird selbige aber keinen andern Ton als ein um $\frac{1}{2}$ Quintenexceß erniedrigtes gleichschwebendes Cis geben. Diesen Ton kann man der Cis Taste mittheilen, und solche wird der Aufgabe gemäß gestimmt seyn XII). Mit den andern Senten hat es gar keine Schwürigkeit. Denn die Temperatur der Senten C, B, H wird gleichschwebend seyn, und also durch obige Regeln erhalten werden. Dahernach die Quinten BF, HFis, HE, Cis Gis, und Gis Dis rein sind, so wird man annoch die Töne F, Fis, Gis, Dis, und E haben. Ferner ist

XII.) Man sehe den 11ten Abschnitt dieser Beyträge, S. 5. wo gezeigt worden, um wieviel dieser durch die Annäherung berechnete und sogenannte mittlere halbe Ton Cis von dem um $\frac{1}{24}$ vermehrten gleichschwebenden Cis abgehelt.

450 I. Lamberts Gedanken über die 12.

ist von Cis zu D XIII) ein gleichschwebender halber Ton. Wenn man also von Cis an 35 reine Quinten + 5 reine große Terzen nimmt, so wird man den Ton D bekommen. Endlich da die Quinten D G, D A rein sind, so wird man die Töne G und A mittelst des Tons D erhalten XIV).

XIII.) Im Original steht *Dis*, welches vermuthlich ein Druckfehler ist. In dem unmittelbar vorhergehenden Perioden war auch die Quinte E H weggelassen worden. Ich habe in der Uebersetzung alles gehörig suppliret.

XIV.) Wir wollen aus Curiosität die Anzahl der Operationen berechnen. Von dem zum Grunde liegenden C bis Cis sind 2 Operationen. Den gleichschwebenden Ton b zu finden, werden von C an 14 Quinten + 2 große Terzen erfordert. Sind 16 Operationen. Um das gleichschwebende h zu finden, werden von C an 35 Quartan — 5 große Terzen erfordert. Sind 40 Operationen. Zu den fünf reinen Quinten b f, h fis, h e, cis gis, und gis dis gehören 5 Operationen. Um den Ton d zu finden, werden von cis an 35 reine Quinten + 5 große Terzen erfordert. Sind 40 Operationen. Die Quinten g d und d a erfordern endlich 2 Operationen. (Die Quinte a e ist bereits durch da und eh bestimmt worden.) Also $2 + 16 + 40 + 5 + 40 + 2 = 125$ Operationen.

II. Ver-

II.

Versuch in Temperaturtabellen.

§. I.

Es ist bekannt, daß sich die Verhältnisse aller dissonirenden Intervalle durch die Zusammensetzung der Consonanzen, welche wir durch Theilung einer klingenden Seyte aus den Zahlen 1. 2. 3. 4. 5. 6 erhalten, entwickeln lassen. So läßt sich z. E. die kleine Septime $= 9:5$ aus zwey Quinten minus eine große Terz; die große Secunde $= 10:9$ aus zwey Quartan plus eine große Terz; die übermäßige Prime $= 25:24$ aus einer Quarte plus zwey große Terzen u. s. w. entwickeln, obgleich sonst mehrere Wege diese Intervalle zu finden, möglich sind. Da die Consonanzen, und folglich auch die durch ihre Zusammensetzung entstehenden Dissonanzen nicht in ihren natürlichen Verhältnissen ausgeübet werden können, sondern temperirt werden müssen: so ist die Frage, ob man diese kleine Größen, um welche ein Intervall abgeändert werden soll, nicht auch durch Zusammensetzung der Consonanzen nach und nach entwickeln könne, ohne zu den auf dem Monochord dazu erforderlichen mühsamen, calculatorischen und geometrischen Operationen Zuflucht nehmen zu dürfen.

§. 2.

Der unlängst verstorbene berühmte Geometer Lambert hat zu allererst gezeigt *), daß dieses nicht allein in Ansehung der gleichschwebenden, sondern auch der ungleichschwebenden Temperatur möglich sey, und in seinen *Remarques sur le Tempérament en Musique*, welche in dem vorhergehenden Abschnitt in deutscher Sprache dargelegt worden, dazu Anleitung gegeben. Zum Verständniß dieser gelehrten Abhandlung wird einige Einsicht in den Litteralcalcul vorausgesetzt, und da diese so wenig von jedem Musiker gefodert werden kann, als von jedem Mathematiker eine Kenntniß des doppelten Contrapuncts zu verlangen ist: so fraget es sich, ob nicht ein anderes Mittel zur Erreichung jener Absichten möglich sey. Mir deucht daß solches am bequemsten durch Tabellen erhalten werden könne, und ich hoffe den Musikern einen Dienst zu leisten, wenn ich ihnen den zu diesem Behuf von mir gemachten Versuch mittheile. Ich schicke die Theorie und Regeln, wornach ich die Tabellen bearbeitet habe, voran; lege hernach die Tabellen selbst dar, und werde zuletzt in einem besondern Abschnitt zeigen, auf was für eine Art solche zu gebrauchen sind.

§. 3.

*) Man sehe den Vorbericht zu meinem Versuch über die musikalische Temperatur, ingleichen desselben XVIII. Abschnitt.

§. 3.

Wenn man zwölf Quinten in der Ration 3:2 zusammensetzet, so übersteigen solche die Octave um das ditonische Comma 531441:524288, und wenn man zwölf Quarten in der Ration 4:3 zusammensetzet, so sind solche um eben soviel zu niedrig, als die Quinten zu hoch sind. Es folget hieraus unfehlbar, daß jede einzelne Quinte 3:2 um $\frac{1}{12}$ Comma diton. zu hoch, und jede einzelne Quarte um eben soviel zu niedrig ist. Den Beweis hat man, wenn man jede Quinte oder Quarte nach der Ordnung ihrer Zusammensetzung, von dem Grundtone C an, mit den aus der gleichschwebenden Temperatur hervorgehenden Quinten- und Quartenvverhältnissen vergleicht.

§. 4.

Wenn man drey große Terzen in der Ration 5:4 zusammensetzet, so sind solche um die kleinere Diesis 128:125 kleiner als die Octave, so wie gegentheils drey kleine Sexten in der Ration 8:5 die Octave um eben dieses Comma excediren. Es folget hieraus, daß jede einzelne große Terz um $\frac{1}{3}$ der kleinern Diesis 128:125 zu niedrig, und jede einzelne kleine Sexte um eben so viel zu hoch ist. Wenn man das Verhältniß der kleinern Diesis gegen das ditonische Comma untersucht, so findet man, daß solche just $\frac{2}{12}$ Commat. dit. enthält, und also um $\frac{2}{12}$ desselben größer ist *). Ich sage also, daß jede einzelne

Gg 3

telne

*) Man sehe meinen Versuch 2c. XIV. Abschnitt.

zelne große Terz $5 : 4$ um $\frac{7}{12}$ Comm. dit. zu niedrig ist, das ist, um soviel von der gleichschwebenden Terz abwärts differiret. Den Beweis hat man, wenn man jede große Terz nach der Ordnung ihrer Zusammensetzung mit denen aus der gleichschwebenden Temperatur vergleicht. Da der Gebrauch der großen Terzen zu unserer Absicht genug ist, so bleibet in der Folge der Calcul mit den kleinen Sexten weg.

§. 5.

Wenn man vier kleine Terzen in der Relation $6 : 5$ zusammensetzet, so übersteigen solche die Octave um die größere Diesis $648 : 625$, so wie gegentheils vier große Sexten in $5 : 3$ um eben soviel zu niedrig sind. Es folget hieraus, daß jede einzelne kleine Terz um $\frac{1}{4}$ dieser größern Diesis, das ist um $\frac{8}{12}$ Commat. diton. (weil die größere Diesis $648 : 625$ just $\frac{32}{12}$ Commat. dit. enthält,) von der kleinen Terz, und jede einzelne große Serte um eben soviel von der großen Serte differiret, welche die gleichschwebende Temperatur giebet. Der Beweis verhältnißmäßig wie vorher. Da der Gebrauch der kleinen Terzen zu unserer Absicht hinlänglich ist, so bleiben die großen Sexten in der Folge aus unserer Berechnung weg.

§. 6.

Da jede einzelne Quinte (§. 3) um $\frac{1}{12}$ Commat. dit. von der gleichschwebenden Quinte differiret, so müssen sich in dem Umfang von zwölf Quinten nothwendig zwölf verschiedene Zwölftheile

theile dieses Commatis entwickeln; in dem Umfang von vier und zwanzig Quinten vier und zwanzig verschiedene Zwölftheile; in dem Umfang von sechs und dreyßig Quinten sechs und dreyßig verschiedene Zwölftheile, u. s. w. Man findet aber, daß je größer die Anzahl der Quintenzirkel nach und nach wird, desto mehr die gefundenen Zwölftheile von denjenigen abweichen, welche man vermittelt des in zwölf geometrisch gleiche Theile zerfallten ditonischen Commatis durch den Calcul findet, und daß sie endlich zu ganz andern Theilchen eines Tons werden. So wie es sich mit den Quinten verhält, so verhält es sich umgekehrt mit den Quarten.

§. 7.

Da die kleinere und größere Diesis größere Commata sind als das ditonische Comma, so werden vermöge dieses Umstandes alle aus zweyen und mehrern Terzenzirkeln erzeugte Zwölftheile, noch mehr als die vermittelt der Quinten gefundenen Zwölftheile, von denjenigen abweichen, welche der Calcul auf vorhin beschriebene Art giebet. Wir können uns also um so mehr die Mühe ersparen, diese Zwölftheile aufzusuchen, da weder die großen noch kleinen Terzen uns vermittelt ihrer Zirkel die zu einer Octave benötigten zwölf halben Töne geben. Denn die große Terz erfüllet die Octave nur mit drey, und die kleine Terz mit vier Tönen, und es läset uns also jene annoch neun, und diese acht Töne fehlen, da der Quintenzirkel hingegen alle zwölf

Töne giebet, eben so wie der Quartenzirkel. Wir entlehnen also von den bloßen Terzen keine andern Zwölfttheile, als welche in dem allerersten Zirkel jeder Terzen, von den beyden ersten großen Terzen (ce und c gis aufsteigend und c as, und gis e absteigend) ingleichen von den drey ersten kleinen Terzen (c es, dis fis und fis a aufst. und c a, a fis, und fis dis absteigend,) ingleichen von der ersten großen Terz ce eines zweyten Zirkels der grossen Terzen, gegeben und uns auch in der That durch die Ordnung der Construction selbst, (wie man in der Folge S. 1.) sehen wird, dargeboten werden. Daß man in den folgenden Tabellen diese Zwölfttheile nicht allezeit an denjenigen Orten findet, wo man sie vielleicht suchen möchte, daran ist diejenige Absicht Schuld, nach welcher nicht überall die gleichschwebenden Töne zu Grundtönen der Tabellen gemacht worden. So ist z. E. vermittelst dieses Umstandes das reine E zu $\circ$, das gleichschwebende E hingegen zu $\frac{7}{12} \vee$, und das Gis oder As, dessen Logarithmus $= 5,1072098$ zu $\frac{2}{12} \wedge$ anstatt $\frac{1}{12} \wedge$ geworden, u. s. w. Man brauchet aber an diesen Orten nur den gleichschwebenden Ton aufzusuchen, von selbigem an das verlangte Zwölfttheil entweder rück- oder vorwärts zu zählen, und bey den großen Terzen und kleinen Sexten den Abstand mit 7 und 14; bey den kleinen Terzen und großen Sexten aber mit 8 und 16 zu berechnen, um sich in die Ordnung zu finden, nach welcher die Terzen ihre Zwölfttheile geben.

§. 8.

Wenn wir sowohl die Quinten- und Quarten- als Terzenzirkel nur bis auf einen gewissen Punkt brauchen, und dieses ist vermittlest des vorhergehenden unvermeidlich, so erhalten wir zwar eine gewisse Anzahl von Zwölfscheilen; aber wir erhalten nicht so viele, als wir verlangen. Zum Exempel, zwey Quinten geben ein D von $\frac{2}{12} V$; vierzehn Quinten ein D von $\frac{14}{12} V$, und sechs und zwanzig Quinten ein D von $\frac{26}{12} V$. Hier fehlet uns ein D von $\frac{3}{12} V$, von $\frac{4}{12}$ u. s. w. von $\frac{15}{12}$, von $\frac{16}{12}$ und so weiter. Diese Lücken sind auszufüllen, und da dieses nicht durch Quinten oder Terzen allein möglich ist, so versuchen wir, ob es durch Verbindung der Quinten mit Terzen, wozu die großen hinlänglich sind, bewirkt werden könne. Es ist dieses Verfahren eine Nachahmung der Entstehungsart der Dissonanzen. Wir finden also, daß

- 1) wenn zwey oder mehrere Quinten mit einer oder mehrern großen Terzen vermehret oder um solche vermindert werden;
 - 2) wenn zwey oder mehrere Quarten um eine oder mehrere große Terzen vermindert, oder mit solchen vermehret werden;
- daß, sage ich, sich alsdenn neue Zwölfscheile des ditonischen Commatis entziffern. In allen Fällen wird der Exceß der auf einer Seite entsteht, durch den Defect auf der andern, und umgekehrt, verbessert.

§. 9.

Wenn man den vorherbeschriebenen Proceß einigemal fortsetzet, so wird man gewahr, daß, so wie unter den durch die bloßen Quinten entstehenden Zwölftheilen, in Ansehung ihrer Entstehung, eine gewisse Ordnung herrschet, also auch zwischen den durch Verbindung der Quinten mit Terzen entstehenden Zwölftheilen eine gewisse Ordnung ist, nach deren Anleitung nunmehr gewisse Lücken aufs leichteste ausgefüllet werden können. Die Ordnung zwischen den durch bloße Quinten formirten Zwölftheilen ist, daß, da jeder Quintenzirkel natürlicher Weise nur für jeden Ton ein Zwölftheil giebet, von diesem Zwölftheil eines vorhergehenden Zirkels bis zum Zwölftheil des folgenden allezeit eine Distanz von $\frac{1}{12}$ oder von einem ganzen ditonischen Commate ist. Wenn z. E. aus dem ersten Quartenzirkel, von C an gerechnet, durch neun Quinten ein Dis oder Es von $\frac{1}{12}$ V entsteht, so kommt aus dem zweyten durch ein und zwanzig Quinten ein Dis von $\frac{1}{12}$ V, u. s. w. Nun findet man, daß neun Quinten plus acht, und also siebzehn Quinten plus eine große Terz ein Dis von $\frac{2}{12}$ V geben; daß $17 + 8 = 25$ Quinten plus zwey große Terzen ein Dis von $\frac{3}{12}$ V geben; und folglich daß, wenn man zu jeder vorhergehenden Anzahl von Quinten und großen Terzen allezeit acht Quinten plus eine große Terz addiret, ein neues Zwölftheil zum Vorschein kommt. Da haben wir die Ordnung der Quinten, welche mit großen Terzen vermehret wer-

werden, in Ansehung der gegen den gegebenen Grundton aufwärtsschwebenden, und ihrer Folge nach allezeit um eine Einheit steigenden Zwölftheile. Auf eine umgekehrte Art findet man, daß wenn die Zwölftheile ihrer Folge nach um eine Einheit fallen, die vorhergehende Anzahl von Quinten um acht Quinten minus eine große Terz verringert werden muß. Zum Exempel, wenn ein und zwanzig Quinten ein Dis von $\frac{1}{12} \frac{3}{2} V$ geben, so werden dreyzehn Quinten minus eine große Terz ein Dis von $\frac{1}{12} \frac{2}{2} V$, und fünf Quinten minus zwey große Terzen ein Dis von $\frac{1}{12} \frac{1}{2} V$ geben.

§. 10.

Mit der Ordnung der durch bloße Quartan formirten Zwölftheile ist es wie vorhin mit den Quinten beschaffen. Wenn z. E. aus dem ersten Quartanzirkel durch drey Quartan ein Dis $\frac{1}{12} \frac{1}{2} A$ entsteht, so wird aus dem zweyten durch funfzehn Quartan ein Dis von $\frac{2}{12} \frac{3}{2} A$, erzeugt. Nun findet man, daß drey Quartan plus acht, und also eilf Quartan minus eine große Terz ein Dis von $\frac{1}{12} \frac{2}{2} A$ geben; daß eilf Quartan plus acht, und also neunzehn Quartan minus zwey große Terzen ein Dis von $\frac{1}{12} \frac{3}{2} A$ geben, und folglich, daß wenn man zur vorhergehenden Anzahl von Quartan und großen Terzen, allezeit acht Quartan minus eine große Terz addiret, ein neues Zwölftheil erscheint. Das ist die Ordnung der Quartan, welche um eine große Terz vermindert wer-

den,

den, in Ansehung der gegen den Grundton abwärts schwebenden, und ihrer Folge nach allezeit um eine Einheit steigenden Zwölftheile. Auf eine umgekehrte Art findet man, daß wenn die Zwölftheile ihrer Folge nach um eine Einheit fallen sollen, man die vorhergehende Anzahl von Quarten um acht Quarten plus eine große Terz vermindern muß. Zum Exempel, wenn funfzehn Quarten ein Dis von $\frac{2}{1}\frac{3}{2} \Lambda$ geben, so muß man, um ein Dis von $\frac{2}{1}\frac{2}{2} \Lambda$ zu bekommen, sieben Quarten plus eine große Terz nehmen, weil $15 - 8 = 7$.

§. II.

Es geschieht aber oft, daß die Anzahl der Quinten und Quarten dergestalt abnimmt, daß man von jenen nicht acht Quinten und von diesen nicht acht Quarten abziehen kann. Zum Exempel ein Dis von $\frac{2}{1}\frac{2}{2} \Lambda$ besteht aus sieben Quarten plus eine große Terz. Man verlangt aber ein Dis von $\frac{2}{1}\frac{1}{2} \Lambda$, und von sieben Quarten können nicht acht abgezogen werden. Ingleichen das Dis von $\frac{1}{1}\frac{1}{2} V$ besteht aus fünf Quinten minus zwei große Terzen. Man verlangt aber ein Dis von $\frac{1}{1}\frac{0}{2} V$, und von den vorigen fünf Quinten können nicht acht Quinten abgezogen werden. Wir wollen die beyden Fälle besonders vornehmen.

- 1) Für diejenigen Zwölftheile, welche gegen den Grundton abwärts schweben.

Man zieht die Summe der Quinten von acht ab, nimmt so viele Quarten als der Rest Einheiten

heiten in sich fasset, und verringert die Summe der großen Terzen, womit die Quinten vermehrt waren, um eins. Zum Exempel, wenn $cis \frac{1}{12} A$ aus sieben Quinten plus drey große Terzen hervorgebracht wird, und $8 - 7 = 1$, so nimmt man eine Quarte plus zwey große Terzen, um ein cis von $\frac{1}{12} A$ zu bekommen. Umgekehrt zieht man die Summe der Quartan von acht ab, nimmt so viele Quinten, als der Rest Einheiten begreift, und vermehrt die Summe der großen Terzen um eins. Zum Exempel, wenn $D \frac{2}{12} A$ aus sechs Quartan plus zwey große Terzen besteht, und $8 - 6 = 2$, so nimmt man zwey Quinten plus drey große Terzen, um ein D von $\frac{1}{12} A$ zu bekommen.

2) Für diejenigen Zwölftheile, welche gegen den Grundton aufwärts schweben.

Wenn man die Summe der Quinten von acht abgezogen, und die Anzahl der Quartan dem Reste gleich gemachet hat, so vermehret man die Summe der großen Terzen um . Zum Exempel, wenn $cis \frac{1}{12} V$ aus drey Quinten minus zwey große Terzen besteht, so nehme man fünf Quartan minus drey große Terzen, um $cis \frac{1}{12} V$ zu bekommen. Umgekehrt, wenn man die Summe der Quartan von acht abgezogen, und die Anzahl der Quinten dem Reste gleich gemachet hat, so vermindere man die Summe der großen Terzen. Z. E. wenn $D \frac{2}{12} V$ aus sechs Quartan minus vier große Terzen besteht, so nehme man
zwey

zwen Quinten minus drey große Terzen, um ein D von $\frac{2}{1}\frac{3}{2}$ V hervorzubringen.

Anmerkung.

Wenn die Summe der Quinten oder Quarten, welche von 8 abgezogen werden sollen, $= 8$ ist, und also der Rest $= 0$, so ist solches ein Zeichen, daß das gesuchte Zwölftheil aus bloßen großen Terzen hervorgebracht werden soll, und daß keine Quinten daran Antheil haben. Auf diese Weise ist z. E. das E $\frac{2}{1}\frac{1}{2}$ A, dessen Logarith. $= 5,2144198$, (und welches, wenn das gleichschwebende E der Grundton wäre, $\frac{2}{1}\frac{8}{2}$ machen würde,) aus vier großen Terzen entstanden, da das vorhergehende E $\frac{2}{1}\frac{0}{2}$ A aus acht Quinten plus fünf große Terzen, und das nachfolgende E $\frac{2}{1}\frac{2}{2}$ A aus acht Quarten plus drey großen Terzen besteht, und folglich so wohl hier als dort $8 - 8 = 0$.

§. 12.

Ich füge zur vorhergehenden Theorie annoch folgende, auf das Verhältniß der Quinten und großen Terzen gegen einander sich gründende vier Lehrsätze, von welchen die beyden ersten, wie ich im XVIIIten Abschnitt meines Versuchs 2c. mit mehrern gezeiget habe, vom seel. Hrn. Oberbaurath Lambert zu allererst herausgebracht worden:

1) Sieben Quinten plus eine große Terz geben eine gleichschwebende Quarte.

2) Sie

2) Sieben Quarten minus eine große Terz geben eine gleichschwebende Quinte. Es ist aber eine Quarte gleichschwebend, wenn sie gegen eine reine Quarte um $\frac{1}{12}$ Comm. dit. aufwärts schwebet; und eine Quinte, wenn sie gegen eine reine Quinte um $\frac{1}{12}$ dieses Commatis abwärts schwebet.

3) Neun Quinten plus eine große Terz geben eine um $\frac{1}{12}$ Com. dit. erhöhte Quinte.

4) Neun Quarten minus eine große Terz geben eine um $\frac{1}{12}$ Com. dit. vertiefte Quarte.

§. 13.

Je größer die Anzahl der zur Hervorbringung eines Zwölftheils nöthigen Quinten und Terzen ist, desto mühsamer ist es, ein dergleichen Zwölftheil dem Claviere mitzutheilen. Da nun bey der 42sten Quinte + 6 große Terzen, und der 4ten Quarte — 6 große Terzen, auf dem Tone fis oder ges, die Producte der Quinten- und Terzenmischungen, mit einer kleinen nicht in Betracht kommenden Differenz, einander begegnen und ähnlich werden: so können alle zur Erfindung der verlangten Zwölftheile nöthige Operationen in den Bezirk von zwey und vierzig Quinten oder Quarten eingeschränket werden. Wo also in den Tabellen die Anzahl von 42 Quinten oder Quarten überschritten worden, da ist solches ohne Noth und aus bloßer Curiosität geschehen, um zu zeigen, wie eben dasselbe Zwölftheil auf zweyerley Art erhalten werden

werden könne. Uebrigens werden durch das Wort Quinten allezeit aufsteigende Quinten; durch Quarten absteigende Quinten; durch das Wort plus vor den großen Terzen aufsteigende, und durch minus absteigende große Terzen verstanden. Wenn die Zusammensetzung den Umfang einer Octave übersteiget, so wird das Intervall, bey welchem solches geschieht, eine Octave herauf oder herunter gestimmt, und hernach mit den andern Consonanzen fortgefahen. Ich habe vergessen diese Anmerkungen oben an ihrem Orte vorzubringen. Um den Leser auf die periodische Veränderung der Quinten in Quarten, und umgekehrt *zc.* aufmerksam zu machen, hat man sich in den Tabellen zweyerley Arten von Schrift bedienet.

§. 14.

Wegen des Umfangs der Tabellen muß ich erinnern, daß ich in Ansehung der gewöhnlichen Aufgaben aus der Temperatur genug gethan haben würde, wenn ich sie nicht weiter als auf die Quinten, Quarten, und große und kleine Terzen ausgedehnet hätte. Da ich mich unterdessen einmal dieser Arbeit zu unterziehen anfieng, so glaubte ich, daß um meine Tabellen zu mehrern Arten von Aufgaben geschickt zu machen, es besser seyn würde, wenn ich sie auf alle zwölf halbe Töne der Octave erstreckte, so wie ich aus eben diesem Grunde die Schwebungen eines jeden Tons von $\frac{1}{12}$ bis $\frac{3}{12}$ dargeleget habe. Diese Zwölftheile waren bereits alle nach der Natur

Natur ihrer Zusammensetzung berechnet, als ich auf die Gedanken kam, solche in einer strengern geometrischen Proportion, in Absicht auf die letzten Zahlen eines jeden, auf einander folgen zu lassen, als die Zusammensetzungen solche geben *). Ich habe sie also alle, von jedem zum Grunde

*) Die Differenz der beyden letzten Zahlen eines Zwölftheils, welche gleichwohl ohne Nachtheil der Sache bis auf 99 Einheiten gehen kann, hat ihren Grund in dem nähern Verhältniß der Quintenration $3 : 2$ gegen die Ration der großen Terz $5 : 4$, vermöge dessen der Exceß der einen Ration durch den Defect der andern nicht aufs allergenaueste berichtigt werden kann, und vermöge dessen die Ration $5 : 4$ gegen $3 : 2$ entweder zu klein, oder umgekehrt $3 : 2$ gegen $5 : 4$ zu groß ist. Ohne diesen Umstand müßten die Producte von 42 Quinten $+ 6$ gr. Terzen, und von 42 Quartan $- 6$ gr. Terzen nicht die geringste Differenz mit sich führen. (Denn der Unterschied, welchen die Logarithmen vermöge ihrer Natur hervorbringen, beträgt nicht einmal eine Einheit, wenn der Calcul nicht nach verschiedenen Principien geführt worden ist.) Es ist aber, (weil sich die Excesse und Defecte der Quinten und großen Terzen nach dem Maße häufen, als mehrere oder weniger Rationen von eben derselben Art und von verschiedner Anzahl zusammengesetzt werden,) der Unterschied jener Producte = Log. 0,0000050, indem der Log. von 42 Quinten $+ 6$ gr. Terzen = 5,1505175
Log. von 42 Quartan $- 6$ gr. Terz. = 5,1505125

0,00000,50

Grunde liegenden Tone an, mit Zwen und dreyßigtheilen der größern Diesis $648:625$ aufs neue ausgemeßen, weil es einerley ist, wie ich in meinem Versuche 2c. weitläufig gezeigt habe, ob die Zwölftheile, um welche eine Quinte und jedes andere Intervall Λ oder V schweben soll, mit Zwölftheilen des diton. Comm. $531448:524288$, oder der kleinern Diesis $128:125$, oder der größern $648:625$ berechnet werden, indem die hin und wieder kommende Differenz nicht in Betracht kommt. Da sich keiner ohne einige Kenntniß der Mathematik mit der musikalischen Theorie, und folglich mit der Temperatur abgeben kann, diesen Personen aber der logarithmische Calcul bekannt seyn muß, so habe ich solchen dem gemeinen um sovielmehr vorgezogen, weil es thöricht seyn würde auf gewisse Aufgaben, welche vermittelst der Logarithmik in einigen Minuten aufgelöst werden können, ganze Tage nach der gemeinen Rechenkunst zu verwenden, und sie vielleicht nicht einmal aufzulösen. Wem der logarithmische Calcul nicht geläufig ist, der kann die Tabellen ohne solchen gebrauchen, und will er den Werth derselben in gemeinen Zahlen haben, solche nach Angabe der Zusammensetzungen, mit den reinen Rationen der Quinte, Quarte und großen Terz berechnen.

§. 15.

Zuletzt muß ich erinnern, daß der Hauptgrundton dieser Tabellen der Ton C ist; daß ich
bey

bey den Tönen es und e, f und g, as und a, das ist bey der kleinen und großen Terz, bey der Quarte und Quinte, und bey der kleinen und großen Sexte die reinen Verhältnisse dieser Intervalle, bey den übrigen Tönen aber die gleichschwebende Temperatur zum Grunde der Vergleichung gelegt habe. Wenn nun C zu 200000 angenommen wird, und folglich der Logarithmus von C = 5,3010300 ist, so ist in reinen Rationen

der Log. von es = 5,2218488

e = 5,2041200

f = 5,1760913

g = 5,1249387

as = 5,0969100

a = 5,0791812

so wie von den gleichschwebenden Grundtönen

der Log. von cis = 5,2759442

d = 5,2508583

fis = 5,1505150

b = 5,0501717

h = 5,0250858

§. 16.

Hier folgen die Temperaturtabellen selbst.

Cis A.

Cis (gleichschweb.) log. 5,2759442, 35 Quint. + 5 gr. T.

1 Zwölftsch. tiefer. 5,2764347, 27 Quint. + 4 gr. T.

2 = 5,2769251, 19 Quinten + 3 gr. Terz.

3 = 5,2774156, 11 Quinten + 2 gr. Terz.

4 = 5,2779061, 3 Quinten + 1 gr. Terz.

Hh 2

5 Zwölftsch.

5 ^{Zwölft.}_{tiefer.} = 5,2783965, 5 Quarten.

6 = 5,2788870, 13 Quarten — 1 gr. Terz.

7 = 5,2793775, 21 Quarten — 2 gr. Terz.

8 = 5,2798679, 29 Quarten — 3 gr. Terz.

9 = 5,2803584, 37 Quarten — 4 gr. Terz.

10 = 5,2808489, 39 Quinten + 7 gr. Terz.

ingeleichen 45 Quarten — 5 große Terzen.

11 = 5,2813394, 31 Quinten + 6 gr. Terz.

12 = 5,2818298, 23 Quinten + 5 gr. Terz.

13 = 5,2823203, 15 Quinten + 4 gr. Terz.

14 = 5,2828108, 7 Quinten + 3 gr. Terz.

15 = 5,2833012, 1 Quarte + 2 gr. Terz.

16 = 5,2837917, 9 Quarten + 1 gr. Terz.

17 = 5,2842822, 17 Quarten.

18 = 5,2847726, 25 Quarten — 1 gr. Terz.

19 = 5,2852631, 33 Quarten — 2 gr. Terz.

20 = 5,2857536, 41 Quarten — 3 gr. Terz.

21 = 5,2862440, 35 Quinten + 8 gr. Terz.

22 = 5,2867345, 27 Quinten + 7 gr. Terz.

23 = 5,2872250, 19 Quinten + 6 gr. Terz.

24 = 5,2877154, 11 Quinten + 5 gr. Terz.

25 = 5,2882059, 3 Quinten + 4 gr. Terz.

26 = 5,2886964, 5 Quarten + 3 gr. Terz.

27 = 5,2891869, 13 Quarten + 2 gr. Terz.

28 = 5,2896773, 21 Quarten + 1 gr. Terz.

29 = 5,2901678, 29 Quarten.

30 = 5,2906583, 37 Quarten — 1 gr. Terz.

31 = 5,2911487, 39 Quinten + 10 gr. Terz.

32 = 5,2916392, 31 Quinten + 9 gr. Terz.

Cis V.

Cis (gleichschweb.) log. 5,2759442, 35 Quint. + 5 gr. Terz.

1 Zwölftb. höher 5,2754537, 41 Quarten — 6 gr. Terz.

2 = 5,2749633, 33 Quarten — 5 gr. Terz.

3 = 5,2744728, 25 Quarten — 4 gr. Terz.

4 = 5,2739823, 17 Quarten — 3 gr. Terz.

5 = 5,2734919, 9 Quarten — 2 gr. Terz.

6 = 5,2730014, 1 Quarte — 1 gr. Terz.

7 = 5,2725109, 7 Quinten.

8 = 5,2720205, 15 Quinten + 1 gr. Terz.

9 = 5,2715300, 23 Quinten + 2 gr. Terz.

10 = 5,2710395, 31 Quinten + 3 gr. Terz.

11 = 5,2705490, 39 Quinten + 4 gr. Terz.

12 = 5,2700586, 37 Quarten — 7 gr. Terz.

13 = 5,2695681, 29 Quarten — 6 gr. Terz.

14 = 5,2690776, 21 Quarten — 5 gr. Terz.

15 = 5,2685872, 13 Quarten — 4 gr. Terz.

16 = 5,2680967, 5 Quarten — 3 gr. Terz.

17 = 5,2676062, 3 Quinten — 2 gr. Terz.

18 = 5,2671158, 11 Quinten — 1 gr. Terz.

19 = 5,2666253, 19 Quinten.

20 = 5,2661348, 27 Quinten + 1 gr. Terz.

21 = 5,2656444, 35 Quinten + 2 gr. Terz.

22 = 5,2651539, 41 Quarten — 9 gr. Terz.

item 43 Quinten + 3 gr. Terzen.

23 = 5,2646634, 33 Quarten — 8 gr. Terz.

24 = 5,2641730, 25 Quarten — 7 gr. Terz.

25 = 5,2636825, 17 Quarten — 6 gr. Terz.

26 = 5,2631920, 9 Quarten — 5 gr. Terz.

27 = 5,2627015, 1 Quarte — 4 gr. Terz.

28 = 5,2622111, 7 Quinten — 3 gr. Terz.

- 29 ^{zwölft. höher} $5,2617206, 15$ Quinten — 2 gr. T.
 30 = $5,2612301, 23$ Quinten — 1 gr. Terz.
 31 = $5,2607397, 31$ Quinten.
 32 = $5,2602492, 39$ Quinten + 1 gr. Terz.

D. A

- D (^{gleichschweb.}) $\log 5,2508583, 14$ Quart. — 2 gr. T.
 1 ^{zwölft. tiefer} = $5,2513488, 22$ Quart. — 3 gr. T.
 2 = $5,2518392, 30$ Quart. — 4 gr. Terz.
 3 = $5,2523297, 38$ Quart. — 5 gr. Terz.
 4 = $5,2528202, 38$ Quinten + 6 gr. Terz.
 5 = $5,2533106, 30$ Quinten + 5 gr. Terz.
 6 = $5,2538011, 22$ Quinten + 4 gr. Terz.
 7 = $5,2542916, 14$ Quinten + 3 gr. Terz.
 8 = $5,2547820, 6$ Quinten + 2 gr. Terz.
 9 = $5,2552725, 2$ Quart + 1 gr. Terz.
 10 = $5,2557630, 10$ Quart.
 11 = $5,2562535, 18$ Quart. — 1 gr. Terz.
 12 = $5,2567439, 26$ Quart. — 2 gr. Terz.
 13 = $5,2572344, 34$ Quart. — 3 gr. Terz.
 14 = $5,2577249, 42$ Quinten + 8 gr. Terz.
 item 42 Quart. — 4 gr. Terzen.
 15 = $5,2582153, 34$ Quinten + 7 gr. Terz.
 16 = $5,2587058, 26$ Quinten + 6 gr. Terz.
 17 = $5,2591963, 18$ Quinten + 5 gr. Terz.
 18 = $5,2596867, 10$ Quinten + 4 gr. Terz.
 19 = $5,2601772, 2$ Quinten + 3 gr. Terz.
 20 = $5,2606677, 6$ Quart. + 2 gr. Terz.
 21 = $5,2611581, 14$ Quart. + 1 gr. Terz.
 22 = $5,2616486, 22$ Quart.
 23 = $5,2621391, 30$ Quart. — 1 gr. Terz.

- 24 ^{zwölft}_{tiefer} = 5,2626295, 38 Quarten — 2 gr. T.
 25 = 5,2631200, 46 Quarten — 3 gr. Terz.
 item, 38 Quinten + 9 gr. Terzen.
 26 = 5,2636105, 30 Quinten + 8 gr. Terz.
 27 = 5,2641010, 22 Quinten + 7 gr. Terz.
 28 = 5,2645914, 14 Quinten + 6 gr. Terz.
 29 = 5,2650819, 6 Quinten + 5 gr. Terz.
 30 = 5,2655724, 2 Quarten + 4 gr. Terz.
 31 = 5,2660628, 10 Quarten + 3 gr. Terz.
 32 = 5,2665533, 18 Quarten + 2 gr. Terz.

D. V

D (^{gleich}_{schwebend.}) log. 5,2508583, 14 Quarten —
 2 große Terzen

- I ^{zwölft}_{höher.} = 5,2503678, 6 Quarten — eine gr. T.
 2 = 5,2498774, 2 Quinten.
 3 = 5,2493869, 10 Quinten + 1 gr. T.
 4 = 5,2488964, 18 Quinten + 2 gr. Terz.
 5 = 5,2484060, 26 Quinten + 3 gr. T.
 6 = 5,2479155, 34 Quinten + 4 gr. T.
 7 = 5,2474250, 42 Quinten + 5 gr. Terz.
 item 42 Quarten — 7 gr. Terzen
 8 = 5,2469346, 34 Quarten — 6 gr. T.
 9 = 5,2464441, 26 Quarten — 5 gr. T.
 10 = 5,2459536, 18 Quarten — 4 gr. T.
 11 = 5,2454631, 10 Quarten — 3 gr. T.
 12 = 5,2449727, 2 Quarten — 2 gr. T.
 13 = 5,2444822, 6 Quinten — 1 gr. T.
 14 = 5,2439917, 14 Quinten.
 15 = 5,2435013, 22 Quinten + 1 gr. T.

16	^{3wölftb. höher.}	= 5,2430108,30	Quinten + 2 gr. T.
17		= 5,2425203,38	Quinten + 3 gr. T.
18		= 5,2420299,38	Quarten — 8 gr. T.
19		= 5,2415394,30	Quarten — 7 gr. T.
20		= 5,2410489,22	Quarten — 6 gr. T.
21		= 5,2405585,14	Quarten — 5 gr. T.
22		= 5,2400680,6	Quarten — 4 gr. T.
23		= 5,2395775,2	Quinten — 3 gr. T.
24		= 5,2390871,10	Quinten — 2 gr. T.
25		= 5,2385966,18	Quinten — 1 gr. T.
26		= 5,2381061,26	Quinten
27		= 5,2376156,34	Quinten + 1 gr. T.
28		= 5,2371252,42	Quinten + 2 gr. T.
29		= 5,2366347,34	Quarten — 9 gr. Terzen
30		= 5,2361442,26	Quarten — 8 gr. T.
31		= 5,2356538,18	Quarten — 7 gr. T.
32		= 5,2351633,10	Quarten — 6 gr. T.

Es. A

Es (reines) log. 5,2218488 ist ein einfaches Intervall, welches durch sich selbst gefunden wird.

1	^{3wölftb. tiefer.}	= 5,2223393,7	Quarten — 2 gr. Tr.
2		= 5,2228297,15	Quarten — 3 gr. T.
3		= 5,2233202,23	Quarten — 4 gr. T.
4		= 5,2238107,31	Quarten — 5 gr. T.
5		= 5,2243011,39	Quarten — 6 gr. T.
6		= 5,2247916,37	Quinten + 5 gr. T.
7		= 5,2252821,29	Quinten + 4 gr. T.
8		=	

8 = ^{gleichschwes}_{ben. es} Es 5,2257725,21 Quinten + 3 gr. T.

9 = 5,2262630,13 Quinten + 2 gr. T.

10 = 5,2267535,5 Quinten + 1 gr. T.

11 = 5,2272440, drey Quarten

12 = 5,2277344, 11 Quarten — 1 gr. T.

13 = 5,2282249, 19 Quarten — 2 gr. T.

14 = 5,2287154, 27 Quarten — 3 gr. T.

15 = 5,2292058, 35 Quarten — 4 gr. T.

16 = 5,2296963, 41 Quinten + 7 gr. T.

17 = 5,2301868, 33 Quinten + 6 gr. T.

18 = 5,2306772, 25 Quinten + 5 gr. T.

19 = 5,2311677, 17 Quinten + 4 gr. T.

20 = 5,2316582, 9 Quinten + 3 gr. T.

21 = 5,2321486 1 Quinte + 2 gr. T.

22 = 5,2326391, 7 Quarten + 1 gr. T.

23 = 5,2331296 funfzehn Quarten.

24 = 5,2336200, 23 Quarten — 1 gr. T.

25 = 5,2341105, 31 Quarten — 2 gr. T.

26 = 5,2346010, 39 Quarten — 3 gr. T.

27 = 5,2350915, 37 Quinten + 8 gr. T.

28 = 5,2355819, 29 Quinten + 7 gr. T.

29 = 5,2360724, 21 Quinten + 6 gr. T.

30 = 5,2365629, 13 Quinten + 5 gr. T.

31 = 5,2370533, 5 Quinten + 4 gr. T.

32 = 5,2375438, 3 Quarten + 3 gr. T., ist

der Wehrt von drey absteigenden kleinen Terzen.

Es. V

Es (reines) Log. 5, 2218488 ist ein einfaches Intervall.

- I ^{Zwölftheil}_{höher.} 5, 2213583 neun Quinten
 2 = 5, 2208679, 17 Quinten + 1 gr. T.
 3 = 5, 2203774, 25 Quinten + 2 gr. T.
 4 = 5, 2198869, 33 Quinten + 3 gr. T.
 5 = 5, 2193965, 41 Quinten + 4 gr. T.
 6 = 5, 2189060, 35 Quarten — 7 gr. T.
 7 = 5, 2184155, 27 Quarten — 6 gr. T.
 8 = 5, 2179251, 19 Quarten — 5 gr. T.
 9 = 5, 2174346, 11 Quarten — 4 gr. T.
 10 = 5, 2169441, 3 Quarten — 3 gr. T.
 11 = 5, 2164536, 5 Quinten — 2 gr. T.
 12 = 5, 2159632, 13 Quinten — 1 gr. T.
 13 = 5, 2154727, 21 Quinten
 14 = 5, 2149822, 29 Quinten + 1 gr. T.
 15 = 5, 2144918, 37 Quinten + 2 gr. T.
 16 = 5, 2140013, 45 Quinten + 3 gr. Terz.,
 ingleichen 39 Quarten — 9 gr. T.
 17 = 5, 2135108, 31 Quarten — 8 gr. Terzen
 18 = 5, 2130204, 23 Quarten — 7 gr. T.
 19 = 5, 2125299, 15 Quarten — 6 gr. T.
 20 = 5, 2120394, 7 Quarten — 5 gr. T.
 21 = 5, 2115490, 1 Quinte — 4 gr. Terz.
 22 = 5, 2110585, 9 Quinten — 3 gr. T.
 23 = 5, 2105680, 17 Quinten — 2 gr. T.
 24 = 5, 2100776, 25 Quinten — 1 gr. T.
 25 = 5, 2095871, 33 Quinten
 26 = 5, 2090966, 41 Quinten + 1 gr. T.,
 item 43 Quarten — 11 gr. T.

- 27 ^{Zwölftb.}_{höher.} 5, 2086061, 35 Quarten, — 10 gr. T.
 28 = 5, 2081157, 27 Quarten — 9 gr. T.
 29 = 5, 2076252, 19 Quarten — 8 gr. T.
 30 = 5, 2071347, 11 Quarten — 7 gr. T.
 31 = 5, 2066443, 3 Quarten — 6 gr. T.
 32 = 5, 2061538, 5 Quinten — 5 gr. Terz.

E. A

E (reines) Log. 5, 2041200 ein einfaches Inter:
 vall, welches durch sich selbst gefunden wird.

- 1 ^{Zwölftb.}_{nieder.} 5, 2046105 acht Quarten
 2 = 5, 2051009, 16 Quarten — 1 gr. T.
 3 = 5, 2055914, 24 Quarten — 2 gr. T.
 4 = 5, 2060819, 32 Quarten — 3 gr. T.
 5 = 5, 2065723, 40 Quarten — 4 gr. T.
 6 = 5, 2070628, 36 Quinten + 7 gr. T.
 7 = 5, 2075533, 28 Quinten + 6 gr. T.
 8 = 5, 2080437, 20 Quinten + 5 gr. T.
 9 = 5, 2085342, 12 Quinten + 4 gr. T.
 10 = 5, 2090247, 4 Quinten + 3 gr. T.
 11 = 5, 2095152, 4 Quarten + 2 gr. Terz.
 12 = 5, 2100056, 12 Quarten + 1 gr. T.
 13 = 5, 2104961, 20 Quarten
 14 = 5, 2109866, 28 Quarten — 1 gr. T.
 15 = 5, 2114770, 36 Quarten — 2 gr. T.
 16 = 5, 2119675, 40 Quinten + 9 gr. Terz,
 item 44 Quarten — 3 gr. Terz.
 17 = 5, 2124580, 32 Quinten + 8 gr. T.
 18 = 5, 2129484, 24 Quinten + 7 gr. T.
 19 = 5, 2134389, 16 Quinten + 6 gr. T.
 20 = 5, 2139294, 8 Quinten + 5 gr. T.
 21 Zwölftb.

- 21 ^{zwölftb.} _{tiefer.} 5, 2144198 vier große Terzen.
 22 = 5, 2149103, 8 Quarten + 3 gr. Terzen
 23 = 5, 2154008, 16 Quarten + 2 gr. T.
 24 = 5, 2158912, 24 Quarten + 1 gr. T.
 25 = 5, 2163817, 32 Quarten
 26 = 5, 2168722, 40 Quarten — 1 gr. T.
 27 = 5, 2173627, 48 Quarten — 2 gr. Terzen,
 item 36 Quinten + 10 gr. T.
 28 = 5, 2178531, 28 Quinten + 9 gr. T.
 29 = 5, 2183436, 20 Quinten + 8 gr. T.
 30 = 5, 2188341, 12 Quinten + 7 gr. T.
 31 = 5, 2193245, 4 Quinten + 6 gr. T.
 32 = 5, 2198150, 4 Quarten + 5 gr. T.

E. V

E (reines) 5, 2041200 ist ein einfaches Intervall.

- I ^{zwölftb.} _{höher.} 5, 2036295, 8 Quinten + 2 gr. Terz.
 2 = 5, 2031391, 16 Quinten + 3 gr. T.
 3 = 5, 2026486, 24 Quinten + 4 gr. T.
 4 = 5, 2021581, 32 Quinten + 5 gr. T.
 5 = 5, 2016677, 40 Quinten + 6 gr. T.
 6 = 5, 2011772, 36 Quarten — 5 gr. T.
 7 = ^{gleich} _{schwebendes} E 5, 2006867, 28 Quarten —
 4 gr. T.
 8 = 5, 2001963, 20 Quarten — 3 gr. T.
 9 = 5, 1997058, 12 Quarten — 2 gr. T.
 10 = 5, 1992153, 4 Quarten — 1 gr. T.
 11 = 5, 1987248 vier Quinten
 12 = 5, 1982344, 12 Quinten + 1 gr. T.
 13 = 5, 1977439, 20 Quinten + 2 gr. T.

- 14 ^{zwölftch. höher.} 5, 1972534, 28 Quinten + 3 gr. T.
 15 = 5, 1967630, 36 Quinten + 4 gr. T.
 16 = 5, 1962725, 40 Quarten — 7 gr. T.
 17 = 5, 1957820, 32 Quarten — 6 gr. T.
 18 = 5, 1952916, 24 Quarten — 5 gr. T.
 19 = 5, 1948011, 16 Quarten — 4 gr. T.
 20 = 5, 1943106, 8 Quarten — 3 gr. T.
 21 = 5, 1938202 ^{zwei} absteigende gr. Terzen
 22 = 5, 1933297, 8 Quinten — eine gr. T.
 23 = 5, 1928392, 16 Quinten
 24 = 5, 1923489, 24 Quinten + eine gr. T.
 25 = 5, 1918583, 32 Quinten + 2 gr. T.
 26 = 5, 1913678, 40 Quinten + 3 gr. T.
 27 = 5, 1908773, 36 Quarten — 8 gr. T.
 28 = 5, 1903869, 28 Quarten — 7 gr. T.
 29 = 5, 1898964, 20 Quarten — 6 gr. T.
 30 = 5, 1894059, 12 Quarten — 5 gr. T.
 31 = 5, 1889155, 4 Quarten — 4 gr. T.
 32 = 5, 1884250, 4 Quinten — 3 gr. T.

F. A

F(reines) Log. 5, 1760913 einfaches Intervall.

- 1 ^{zwölftch. tiefer.} 5, 1765818, 9 Quarten — 1 gr. T.
 2 = 5, 1770722, 17 Quarten — 2 gr. Terzen
 3 = 5, 1775627, 25 Quarten — 3 gr. T.
 4 = 5, 1780532, 33 Quarten — 4 gr. T.
 5 = 5, 1785436, 41 Quarten — 5 gr. Terz.
 6 = 5, 1790341, 35 Quinten + 6 gr. Terz.
 7 = 5, 1795246, 27 Quinten + 5 gr. Terz.
 8 = 5, 1800150, 19 Quinten + 4 gr. Terz.

- 9 ^{Zwölftb.} _{tiefer.} 5, 1805055, 11 Quinten + 3 gr. Terz.
 10 = 5, 1809960, 3 Quinten + 2 gr. Terz.
 11 = 5, 1814865, 5 Quarten + 1 gr. Terz.
 12 = 5, 1819769, dreyzehn Quarten.
 13 = 5, 1824674, 21 Quarten — 1 gr. Terz.
 14 = 5, 1829579, 29 Quarten — 2 gr. Terz.
 15 = 5, 1834483, 37 Quarten — 3 gr. Terz.
 16 = 5, 1839388, 39 Quinten + 8 gr. Terz.
 17 = 5, 1844293, 31 Quinten + 7 gr. Terz.
 18 = 5, 1849197, 23 Quinten + 6 gr. Terz.
 19 = 5, 1854102, 15 Quinten + 5 gr. Terz.
 20 = 5, 1859007, 7 Quinten + 4 gr. Terz.
 21 = 5, 1863911, 1 Quarte + 3 gr. Terz.
 22 = 5, 1868816, 9 Quarten + 2 gr. Terz.
 23 = 5, 1873721, 17 Quarten + 1 gr. Terz.
 24 = 5, 1878625, 25 Quarten.
 25 = 5, 1883530, 33 Quarten — 1 gr. Terz.
 26 = 5, 1888435, 41 Quarten — 2 gr. Terz.
 27 = 5, 1893340, 35 Quinten + 9 gr. Terz.
 28 = 5, 1898244, 27 Quinten + 8 gr. Terz.
 29 = 5, 1903149, 19 Quinten + 7 gr. Terz.
 30 = 5, 1908054, 11 Quinten + 6 gr. Terz.
 31 = 5, 1912958, 3 Quinten + 5 gr. Terz.
 32 = 5, 1917863, 5 Quarten + 4 gr. Terz.

F. V.

F (reines) logar. 5, 1760913, ist ein einfaches Intervall.

1 ^{Zwölftb.} _{höher} (ist das gleiche F) 5, 1756008, 7 Quinten + 1 große Terz.

2 = 5, 1751104, 15 Quinten + 2 gr. Terz.

- 3 ^{zwölftb.} ^{höher.} 5, 1746199, 23 Quinten + 3 gr. Terz.
 4 = 5, 1741294, 31 Quinten + 4 gr. Terz.
 5 = 5, 1736390, 39 Quinten + 5 gr. Terz.
 6 = 5, 1731485, 37 Quarten — 6 gr. Terz.
 7 = 5, 1726580, 29 Quarten — 5 gr. Terz.
 8 = 5, 1721676, 21 Quarten — 4 gr. Terz.
 9 = 5, 1716771, 13 Quarten — 3 gr. Terz.
 10 = 5, 1711866, 5 Quarten — 2 gr. Terz.
 11 = 5, 1706961, 3 Quinten — 1 gr. Terz.
 12 = 5, 1702057, eilf Quinten.
 13 = 5, 1697152, 19 Quinten + 1 gr. Terz.
 14 = 5, 1692247, 27 Quinten + 2 gr. Terz.
 15 = 5, 1687343, 35 Quinten + 3 gr. Terz.
 16 = 5, 1682438, 41 Quarten — 8 gr. Terz.
 17 = 5, 1677533, 33 Quarten — 7 gr. Terz.
 18 = 5, 1672629, 25 Quarten — 6 gr. Terz.
 19 = 5, 1667724, 17 Quarten — 5 gr. Terz.
 20 = 5, 1662819, 9 Quarten — 4 gr. Terz.
 21 = 5, 1657915, 1 Quarte — 3 gr. Terzen.
 22 = 5, 1653010, 7 Quinten — 2 gr. Terz.
 23 = 5, 1648105, 15 Quinten — 1 gr. Terz.
 24 = 5, 1643201, 23 Quinten.
 25 = 5, 1638296, 31 Quinten + 1 gr. Terz.
 26 = 5, 1633391, 39 Quinten + 2 gr. Terz.
 27 = 5, 1628486, 47 Quinten + 3 gr. Terz.
 in gleichen 37 Quarten — 9 gr. Terzen.
 28 = 5, 1623582, 29 Quarten — 8 gr. Terz.
 29 = 5, 1618677, 21 Quarten — 7 gr. Terz.
 30 = 5, 1613772, 13 Quarten — 6 gr. Terz.
 31 = 5, 1608868, 5 Quarten — 5 gr. Terz.
 32 = 5, 1603963, 3 Quinten — 4 gr. Terz.

Fis A.

Fis (^{Gleich}_{schweb.}) log. 5, 1505150, 42 Quinten + 6 gr. T. incl. 42 Quarten — 6 gr. Terz.

- 1 ^{Zwölftb.}_{tiefer.} 5, 1510055, 34 Quinten + 5 gr. T.
 2 = 5, 1514959, 26 Quinten + 4 gr. Terz.
 3 = 5, 1519864, 18 Quinten + 3 gr. Terz.
 4 = 5, 1524769, 10 Quinten + 2 gr. Terz.
 5 = 5, 1529673, 2 Quinten + 1 gr. Terz.
 6 = 5, 1534578, sechs Quarten.
 7 = 5, 1539483, 14 Quarten — 1 gr. Terz.
 8 = 5, 1544387, 22 Quarten — 2 gr. Terz.
 9 = 5, 1549292, 30 Quarten — 3 gr. Terz.
 10 = 5, 1554197, 38 Quarten — 4 gr. Terz.
 11 = 5, 1559102, 38 Quinten + 7 gr. Terz.
 12 = 5, 1564006, 30 Quinten + 6 gr. Terz.
 13 = 5, 1568911, 22 Quinten + 5 gr. Terz.
 14 = 5, 1573816, 14 Quinten + 4 gr. Terz.
 15 = 5, 1578720, 6 Quinten + 3 gr. Terz.
 16 = 5, 1583625, 2 Quarten + 2 gr. Terz.

ist der Werth von 2 absteigenden kleinen T.

- 17 = 5, 1588530, 10 Quarten + 1 gr. Terz.
 18 = 5, 1593434, 18 Quarten.
 19 = 5, 1598339, 26 Quarten — 1 gr. Terz.
 20 = 5, 1603244, 34 Quarten — 2 gr. Terz.
 21 = 5, 1608148, 42 Quarten — 3 gr. Terz.
 22 = 5, 1613053, 34 Quinten + 8 gr. Terz.
 23 = 5, 1617958, 26 Quinten + 7 gr. Terz.
 24 = 5, 1622862, 18 Quinten + 6 gr. Terz.
 25 = 5, 1627767, 10 Quinten + 5 gr. Terz.
 26 = 5, 1632672, 2 Quinten + 4 gr. Terz.

- 27 ^{zwölftb.}_{tiefer.} 5, 1637577, 6 Quarten + 3 gr. Terz.
 28 = 5, 1642481, 14 Quarten + 2 gr. T.
 29 = 5, 1647386, 22 Quarten + 1 gr. T.
 30 = 5, 1652291, 30 Quarten
 31 = 5, 1657195, 38 Quarten — 1 gr. T.
 32 = 5, 1662100, 38 Quinten + 10 gr. T.,
 item 46 Quarten — 2 gr. Terzen.

Fis. V

- Fis* (^{gleich}_{schwebend}) Log. 5, 1505150, 42 Quinte + 6
 gr. Terz., item 42 Quarten — 6 gr. T.
 1 ^{zwölftb.}_{höher.} 5, 1500245, 34 Quarten — 5 gr. T.
 2 = 5, 1495341, 26 Quarten — 4 gr. T.
 3 = 5, 1490436, 18 Quarten — 3 gr. T.
 4 = 5, 1485531, 10 Quarten — 2 gr. T.
 5 = 5, 1480627, 2 Quarten — 1 gr. T.
 6 = 5, 1475722, 6 Quinten
 7 = 5, 1470817, 14 Quinten + 1 gr. T.
 8 = 5, 1465913, 22 Quinten + 2 gr. T.
 9 = 5, 1461008, 30 Quinten + 3 gr. T.
 10 = 5, 1456103, 38 Quinten + 4 gr. T.
 11 = 5, 1451198, 38 Quarten — 7 gr. T.
 12 = 5, 1446294, 30 Quarten — 6 gr. T.
 13 = 5, 1441389, 22 Quarten — 5 gr. T.
 14 = 5, 1436484, 14 Quarten — 4 gr. T.
 15 = 5, 1431580, 6 Quarten — 3 gr. T.
 16 = 5, 1426675, 2 Quinten — 2 gr. Terz.,
 item 2 kleine Terzen
 17 = 5, 1421770, 10 Quinten — 1 gr. T.
 18 = 5, 1416866, 18 Quinten
 19 = 5, 1411961, 26 Quinten + 1 gr. T.

- 20 ^{3wölftch.}_{höher.} 5, 1407056, 34 Quinten + 2 gr. T.
 21 = 5, 1402152, 42 Quinten + 3 gr. T.,
 item 42 Quarten — 9 gr. T.
 22 = 5, 1397247, 34 Quarten — 8 gr. T.
 23 = 5, 1392342, 26 Quarten — 7 gr. T.
 24 = 5, 1387438, 18 Quarten — 6 gr. T.
 25 = 5, 1382533, 10 Quarten — 5 gr. T.
 26 = 5, 1377628, 2 Quarten — 4 gr. T.
 27 = 5, 1372723, 6 Quinten — 3 gr. T.
 28 = 5, 1367819, 14 Quinten — 2 gr. T.
 29 = 5, 1362914, 22 Quinten — 1 gr. T.
 30 = 5, 1358009, 30 Quinten
 31 = 5, 1353105, 38 Quinten + 1 gr. T.
 32 = 5, 1348200, 46 Quinten + 2 gr. T.
 in gleichen 38 Quarten — 10 gr Terzen.

G. A

G (reines) Log. 5, 1249387 ein einfaches Intervall, welches durch sich selbst gefunden wird.

1 ^{3wölftch.}_{tiefer.} (Ist das gleichschwebende G) 5, 1254292, 7 Quarten — 1 gr. T.

- 2 = 5, 1259196, 15 Quarten — 2 gr. T.
 3 = 5, 1264101, 23 Quarten — 3 gr. T.
 4 = 5, 1269006, 31 Quarten — 4 gr. T.
 5 = 5, 1273910, 39 Quarten — 5 gr. T.
 6 = 5, 1278815, 37 Quinten + 6 gr. T.
 7 = 5, 1283720, 29 Quinten + 5 gr. T.
 8 = 5, 1288624, 21 Quinten + 4 gr. T.
 9 = 5, 1293529, 13 Quinten + 3 gr. T.
 10 = 5, 1298434, 5 Quinten + 2 gr. T.
 11 = 5, 1303339, 3 Quarten + 1 gr. T.

12	^{Zwölftch. tiefer}	= 5,1308243, 11 Quarten
13		= 5,1313148, 19 Quarten — 1 gr. Terz.
14		= 5,1318053, 27 Quarten — 2 gr. Terz.
15		= 5,1322957, 35 Quarten — 3 gr. Terz.
16		= 5,1327862, 41 Quinten + 8 gr. Terz.
17		= 5,1332767, 33 Quinten + 7 gr. Terz.
18		= 5,1337671, 25 Quinten + 6 gr. Terz.
19		= 5,1342576, 17 Quinten + 5 gr. Terz.
20		= 5,1347481, 9 Quinten + 4 gr. Terz.
21		= 5,1352385, 1 Quinte + 3 gr. Terz.
22		= 5,1357290, 7 Quarten + 2 gr. Terz.
23		= 5,1362195, 15 Quarten + 1 gr. Terz.
24		= 5,1367099, 23 Quarten.
25		= 5,1372004, 31 Quarten — 1 gr. Terz.
26		= 5,1376909, 39 Quarten — 2 gr. Terz.
27		= 5,1381814, 37 Quinten + 9 gr. Terz.
28		= 5,1386718, 29 Quinten + 8 gr. Terz.
29		= 5,1391623, 21 Quinten + 7 gr. Terz.
30		= 5,1396528, 13 Quinten + 6 gr. Terz.
31		= 5,1401432, 5 Quinten + 5 gr. Terz.
32		= 5,1406337, 3 Quarten + 4 gr. Terz.

G. V.

G (reines) logar. 5,1249387, ist ein einfaches Intervall.

1	^{Zwölftch. höher}	5,1244482, 9 Quinten + 1 gr. T.
2		= 5,1239578, 17 Quinten + 2 gr. Terz.
3		= 5,1234673, 25 Quinten + 3 gr. Terz.
4		= 5,1229768, 33 Quinten + 4 gr. Terz.
5		= 5,1224864, 41 Quinten + 5 gr. Terz.
6		= 5,1219959, 35 Quarten — 6 gr. Terz.

Si 2

7 =

- 7 <sup>zwölftb.
höher.</sup> 5, 1215054, 27 Quarten — 5 gr. Terz.
 8 = 5, 1210150, 19 Quarten — 4 gr. Terz.
 9 = 5, 1205245, 11 Quarten — 3 gr. Terz.
 10 = 5, 1200340, 3 Quarten — 2 gr. Terz.
 11 = 5, 1195435, 5 Quinten — 1 gr. Terz.
 12 = 5, 1190531, 13 Quinten.
 13 = 5, 1185626, 21 Quinten + 1 gr. Terz.
 14 = 5, 1180721, 29 Quinten + 2 gr. Terz.
 15 = 5, 1175817, 37 Quinten + 3 gr. Terz.
 16 = 5, 1170912, 39 Quarten — 8 gr. Terz.
 17 = 5, 1166007, 31 Quarten — 7 gr. Terz.
 18 = 5, 1161103, 23 Quarten — 6 gr. Terz.
 19 = 5, 1156198, 15 Quarten — 5 gr. Terz.
 20 = 5, 1151293, 7 Quarten — 4 gr. Terz.
 21 = 5, 1146389, 1 Quinte — 3 gr. Terz.
 22 = 5, 1141484, 9 Quinten — 2 gr. Terz.
 23 = 5, 1136579, 17 Quinten — 1 gr. Terz.
 24 = 5, 1131675, 25 Quinten.
 25 = 5, 1126770, 33 Quinten + 1 gr. Terz.
 26 = 5, 1121865, 43 Quarten — 10 gr. Terz.
 ingeleichen 41 Quinten — 2 gr. Terzen.
 27 = 5, 1116960, 35 Quarten — 9 gr. Terz.
 28 = 5, 1112056, 27 Quarten — 8 gr. Terz.
 29 = 5, 1107151, 19 Quarten — 7 gr. Terz.
 30 = 5, 1102246, 11 Quarten — 6 gr. Terz.
 31 = 5, 1097342, 3 Quarten — 5 gr. Terz.
 32 = 5, 1092437, 5 Quinten — 4 gr. Terz.

As. A

As (reines) Log. 5, 0969100 die kleine Sexte ist
ein einfaches Intervall.

1 Zwölft-

- 1 ^{zwölftb.}_{tiefer.} 5,0974005, 8 Quarten — 2 gr. Terz.
 2 = 5,0978909, 16 Quarten — 3 gr. T.
 3 = 5,0983814, 24 Quarten — 4 gr. T.
 4 = 5,0988719, 32 Quarten — 5 gr. T.
 5 = 5,0993623, 40 Quarten — 6 gr. T.
 6 = 5,0998528, 36 Quinten + 5 gr. T.
 7 (^{gleichs}_{schwebend.}) 5,1003433, 28 Quinten + 4 gr. T.
 8 = 5,1008337, 20 Quinten + 3 gr. T.
 9 = 5,1013242, 12 Quinten + 2 gr. T.
 10 = 5,1018147, 4 Quinten + 1 gr. T.
 11 = 5,1023052, 4 Quarten
 12 = 5,1027956, 12 Quarten — 1 gr. T.
 13 = 5,1032861, 20 Quarten — 2 gr. Terz.
 14 = 5,1037766, 28 Quarten — 3 gr. T.
 15 = 5,1042670, 36 Quarten — 4 gr. T.
 16 = 5,1047575, 40 Quinten + 7 gr. Terz.
 17 = 5,1052480, 32 Quinten + 6 gr. T.
 18 = 5,1057384, 24 Quinten + 5 gr. T.
 19 = 5,1062289, 16 Quinten + 4 gr. T.
 20 = 5,1067194, 8 Quinten + 3 gr. T.
 21 = 5,1072098 zwey große Terzen
 22 = 5,1077003, 8 Quarten + 1 gr. Terz.
 23 = 5,1081908, 16 Quarten
 24 = 5,1086812, 24 Quarten — 1 gr. Terz.
 25 = 5,1091717, 32 Quarten — 2 gr. Terz.
 26 = 5,1096622, 40 Quarten — 3 gr. T.
 27 = 5,1101527, 36 Quinten + 8 gr. Terz.
 28 = 5,1106431, 28 Quinten + 7 gr. Terz.
 29 = 5,1111336, 20 Quinten + 6 gr. Terz.
 30 = 5,1116241, 12 Quinten + 5 gr. Terz.
 31 = 5,1121145, 4 Quinten + 4 gr. Terz.

32 ^{Stößel}_{tiefer.} 5, 1126050, 4 Quarten + 3 gr. Terz.

As. V

As (reines) Log 5, 0969100 ein einfaches Intervall,

I ^{Stößel}_{höher.} 5, 0964195 acht Quinten

2 = 5, 0959291, 16 Quinten + 1 gr. T.

3 = 5, 0954386, 24 Quinten + 2 gr. T.

4 = 5, 0949481, 32 Quinten + 3 gr. T.

5 = 5, 0944577, 40 Quinten + 4 gr. T.

6 = 5, 0939672, 36 Quarten — 7 gr. T.

7 = 5, 0934767, 28 Quarten — 6 gr. T.

8 = 5, 0929863, 20 Quarten — 5 gr. T.

9 = 5, 0924958, 11 Quarten — 4 gr. T.

10 = 5, 0920053, 4 Quarten — 3 gr. T.

11 = 5, 0915148, 4 Quinten — 2 gr. T.

12 = 5, 0910244, 12 Quinten — 1 gr. T.

13 = 5, 0905339, 20 Quinten

14 = 5, 0900434, 28 Quinten + 1 gr. T.

15 = 5, 0895530, 36 Quinten + 2 gr. T.

16 = 5, 0890625, 40 Quarten — 9 gr. T.

ingeleichen 44 Quinten + 3 gr. Terz.

17 = 5, 0885720, 32 Quarten — 8 gr. Terzen

18 = 5, 0880816, 24 Quarten — 7 gr. T.

19 = 5, 0875911, 16 Quarten — 6 gr. T.

20 = 5, 0871006, 8 Quarten — 5 gr. T.

21 = 5, 0866102, 4 absteigende gr. Terzen

22 = 5, 0861197, 8 Quinten — 3 gr. T.

23 = 5, 0856292, 16 Quinten — 2 gr. T.

24 = 5, 0851388, 24 Quinten — 1 gr. T.

25 = 5, 0846483, 32 Quinten

- 26 ^{zwölftb. höher.} 5,0841578, 40 Quinten + 1 gr. T.
 27 = 5,0836673, 36 Quarten, — 10 gr. T.
 28 = 5,0831769, 28 Quarten — 9 gr. T.
 29 = 5,0826864, 20 Quarten — 8 gr. T.
 30 = 5,0821959, 12 Quarten — 7 gr. T.
 31 = 5,0817055, 4 Quarten — 6 gr. T.
 32 = 5,0812150, 4 Quinten — 5 gr. Terz.

A. A

A(reines) log. 5,0791812 ein einfaches Intervall

- 1 ^{zwölftb. tiefer} = 5,0796717, 9 Quarten
 2 = 5,0801621, 17 Quarten — 1 gr. Terz.
 3 = 5,0806526, 25 Quarten — 2 gr. Terz.
 4 = 5,0811431, 33 Quarten — 3 gr. Terz.
 5 = 5,0816335, 41 Quarten — 4 gr. Terz.
 6 = 5,0821240, 35 Quinten + 7 gr. Terz.
 7 = 5,0826145, 27 Quinten + 6 gr. Terz.
 8 = 5,0831049, 19 Quinten + 5 gr. Terz.
 9 = 5,0835954, 11 Quinten + 4 gr. Terz.
 10 = 5,0840859, 3 Quinten + 3 gr. Terz.
 11 = 5,0845764, 5 Quarten + 2 gr. Terz.
 12 = 5,0850668, 13 Quarten + 1 gr. Terz.
 13 = 5,0855573, 21 Quarten.
 14 = 5,0860478, 29 Quarten — 1 gr. Terz.
 15 = 5,0865382, 37 Quarten — 2 gr. Terz.
 16 = 5,0870287, 41 Quarten — 3 gr. Terz.
 ingl. 39 Quinten + 9 gr. Terz.
 17 = 5,0875192, 31 Quinten + 8 gr. Terz.
 18 = 5,0880096, 23 Quinten + 7 gr. Terz.
 19 = 5,0885001, 15 Quinten + 6 gr. Terz.
 20 = 5,0889906, 7 Quinten + 5 gr. Terz.

- 21 ^{zwölft.}_{tiefer} = 5,0894810, 1 Quarte + 4 gr. T.
 22 = 5,0899715, 9 Quarten + 3 gr. Terz.
 23 = 5,0904620, 17 Quarten + 2 gr. Terz.
 24 = 5,0909524, 25 Quarten + 1 gr. Terz.
 25 = 5,0914429, 33 Quarten.
 26 = 5,0919334, 41 Quarten — 1 gr. Terz.
 27 = 5,0924239, 35 Quinten + 10 gr. T.
 28 = 5,0929143, 27 Quinten + 9 gr. T.
 29 = 5,0934048, 19 Quinten + 8 gr. Terz.
 30 = 5,0938953, 11 Quinten + 7 gr. Terz.
 31 = 5,0943857, 3 Quinten + 6 gr. Terz.
 32 = 5,0948762, 5 Quarten + 5 gr. T.

A. V

A (reines) log. 5,0791812 ein einfaches Intervall.

- I ^{zwölft.}_{höher.} = 5,0786907, 7 Quinten + 2 gr. T.
 2 = 5,0782003, 15 Quinten + 3 gr. T.
 3 = 5,0777098, 23 Quinten + 4 gr. T.
 4 = 5,0772193, 31 Quinten + 5 gr. Terz.
 5 = 5,0767289, 39 Quinten + 6 gr. T.
 6 = 5,0762384, 37 Quarten — 5 gr. T.
 7 = 5,0757479, 29 Quarten — 4 gr. T.
 8 (^{gleich}_{schweb.}) 5,0752575, 21 Quarten — 3 gr. T.
 9 = 5,0747670, 13 Quarten — 2 gr. T.
 10 = 5,0742765, 5 Quarten — 1 gr. T.
 11 = 5,0737860, 3 Quinten.
 12 = 5,0732956, 11 Quinten + 1 gr. T.
 13 = 5,0728051, 19 Quinten + 2 gr. T.
 14 = 5,0723146, 27 Quinten + 3 gr. T.
 15 = 5,0718242, 35 Quinten + 4 gr. Terz.

- 6 ^{zwölftsch.}_{höher.} = 5,0713337,41 Quarten — 7 gr. T.
 17 = 5,0708432,33 Quarten — 6 gr. T.
 18 = 5,0703528,25 Quarten — 5 gr. T.
 19 = 5,0698623,17 Quarten — 4 gr. T.
 20 = 5,0693718, 9 Quarten — 3 gr. T.
 21 = 5,0688814, 1 Quarte — 2 gr. T.
 22 = 5,0683908, 7 Quinten — 1 gr. T.
 23 = 5,0679004, 15 Quinten
 24 = 5,0674100, 23 Quinten + 1 gr. T.
 25 = 5,0669195, 31 Quinten + 2 gr. T.
 26 = 5,0664290, 39 Quinten + 3 gr. T.
 27 = 5,0659385, 37 Quarten — 8 gr. Terzen.
 28 = 5,0654481, 29 Quarten — 7 gr. T.
 29 = 5,0649576, 21 Quarten — 6 gr. T.
 30 = 5,0644671, 13 Quarten — 5 gr. T.
 31 = 5,0639767, 5 Quarten — 4 gr. T.
 32 = 5,0634862, 3 Quinten — 3 gr. T.,
 Das ist der Wehrt von drey kleinen Terzen.

B. A

- B ^{(gleichschwe-}_{bendes}) log. 5,0501717,14 Quint. + 2 gr. T.
 1 ^{zwölftsch.}_{tiefer.} = 5,0506622, 6 Quinten + 1 gr. T.
 2 = 5,0511526, 2 Quarten
 3 = 5,0516431, 10 Quarten — 1 gr. T.
 4 = 5,0521336, 18 Quarten — 2 gr. T.
 5 = 5,0526240, 26 Quarten — 3 gr. T.
 6 = 5,0531145, 34 Quarten — 4 gr. T.
 7 = 5,0536050, 42 Quinten + 7 gr. T.
 in gleichen 42 Quarten — 5 gr. T.
 8 = 5,0540954, 34 Quinten + 6 gr. T.
 9 = 5,0545859, 26 Quinten + 5 gr. T.

Si 5

10 =

- 10 ^{zwölftb.}_{tiefer.} 5,0550764, 18 Quinten + 4 gr. T.
 11 = 5,0555669, 10 Quinten + 3 gr. T.
 12 = 5,0560573, 2 Quinten + 2 gr. T.
 13 = 5,0565478, 6 Quarten + 1 gr. T.
 14 = 5,0570383, 14 Quarten
 15 = 5,0575296, 22 Quarten — 1 gr. T.
 16 = 5,0580201, 30 Quarten — 2 gr. T.
 17 = 5,0585097, 38 Quarten — 3 gr. T.
 18 = 5,0590001, 38 Quinten + 8 gr. T.
 19 = 5,0594906, 30 Quinten + 7 gr. T.
 20 = 5,0599811, 22 Quinten + 6 gr. T.
 21 = 5,0604715, 14 Quinten + 5 gr. T.
 22 = 5,0609620, 6 Quinten + 4 gr. T.
 23 = 5,0614525, 2 Quarten + 3 gr. T.
 24 = 5,0619429, 10 Quarten + 2 gr. T.
 25 = 5,0624334, 18 Quarten + 1 gr. T.
 26 = 5,0629239, 26 Quarten.
 27 = 5,0634144, 34 Quarten — 1 gr. T.
 28 = 5,0639048, 42 Quinten + 10 gr. T.
 ungleichen 42 Quarten — 2 gr. Terzen.
 29 = 5,0643953, 34 Quinten + 9 gr. T.
 30 = 5,0648858, 26 Quinten + 8 gr. T.
 31 = 5,0653762, 18 Quinten + 7 gr. T.
 32 = 5,0658667, 10 Quinten + 6 gr. T.

B. V

- B(gleichschweb.) log. 5,0501717, 14 Quint. + 2 gr. T.
 1 ^{zwölftb.}_{höher.} 5,0496812, 22 Quinten + 3 gr. Terz.
 2 = 5,0491908, 30 Quinten + 4 gr. T.
 3 = 5,0487003, 38 Quinten + 5 gr. T.
 4 = 5,0482098, 38 Quarten — 6 gr. T.

5 =

- 5 ^{zwölftb.}_{höher} 5,0477194, 30 Quarten — 5 gr. T.
 6 = 5,0472289, 22 Quarten — 4 gr. T.
 7 = 5,0467384, 14 Quarten — 3 gr. T.
 8 = 5,0462480, 6 Quarten — 2 gr. T.
 9 = 5,0457575, 2 Quinten — 1 gr. T.
 10 = 5,0452670, 10 Quinten
 11 = 5,0447765, 18 Quinten + 1 gr. T.
 12 = 5,0442861, 26 Quinten + 2 gr. T.
 13 = 5,0437956, 34 Quinten + 3 gr. T.
 14 = 5,0433051, 42 Quinten + 4 gr. T.
 item 42 Quarten — 8 gr. T.
 15 = 5,0428147, 34 Quarten — 7 gr. T.
 16 = 5,0423242, 26 Quarten — 6 gr. T.
 17 = 5,0418337, 18 Quarten — 5 gr. T.
 18 = 5,0413433, 10 Quarten — 4 gr. T.
 19 = 5,0408528, 2 Quarten — 3 gr. T.
 20 = 5,0403623, 6 Quinten — 2 gr. T.
 21 = 5,0398719, 14 Quinten — 1 gr. T.
 22 = 5,0393814, 22 Quinten
 23 = 5,0388909, 30 Quinten + 1 gr. T.
 24 = 5,0384005, 38 Quinten + 2 gr. T.
 25 = 5,0379100, 46 Quinten + 3 gr. T.,
 ingleichen 38 Quarten — 9 gr. Terzen.
 26 = 5,0374195, 30 Quarten — 8 gr. T.
 27 = 5,0369290, 22 Quarten — 7 gr. T.
 28 = 5,0364386, 14 Quarten — 6 gr. T.
 29 = 5,0359481, 6 Quarten — 5 gr. T.
 30 = 5,0354576, 2 Quinten — 4 gr. T.
 31 = 5,0349672, 10 Quinten — 3 gr. T.
 32 = 5,0344767, 18 Quinten — 2 gr. Terz.

H. A

- H (Gleichschweb.) log. 5,0250858, 35 Quarten — 5 gr. T.
 1 ^{zwölft.} _{tiefer.} 5,0255763, 41 Quinten + 6 gr. T.
 2 = 5,0260667, 33 Quinten + 5 gr. Terz.
 3 = 5,0265572, 25 Quinten + 4 gr. Terz.
 4 = 5,0270477, 17 Quinten + 3 gr. Terz.
 5 = 5,0275381, 9 Quinten + 2 gr. Terz.
 6 = 5,0280286, 1 Quinte + 1 gr. T.
 7 = 5,0285191, 7 Quarten.
 8 = 5,0290095, 15 Quarten — 1 gr. Terz.
 9 = 5,0295000, 23 Quarten — 2 gr. Terz.
 10 = 5,0299905, 31 Quarten — 3 gr. Terz.
 11 = 5,0304810, 39 Quarten — 4 gr. Terz.
 12 = 5,0309714, 37 Quinten + 7 gr. Terz.
 13 = 5,0314619, 29 Quinten + 6 gr. Terz.
 14 = 5,0319524, 21 Quinten + 5 gr. Terz.
 15 = 5,0324428, 13 Quinten + 4 gr. Terz.
 16 = 5,0329333, 5 Quinten + 3 gr. Terz.
 17 = 5,0334238, 3 Quarten + 2 gr. Terz.
 18 = 5,0339142, 11 Quarten + 1 gr. Terz.
 19 = 5,0344047, 19 Quarten.
 20 = 5,0348952, 27 Quarten — 1 gr. Terz.
 21 = 5,0353856, 35 Quarten — 2 gr. Terz.
 22 = 5,0358761, 41 Quinten + 9 gr. Terz.
 23 = 5,0363666, 33 Quinten + 8 gr. Terz.
 24 = 5,0368570, 25 Quinten + 7 gr. Terz.
 25 = 5,0373475, 17 Quinten + 6 gr. Terz.
 26 = 5,0378380, 9 Quinten + 5 gr. Terz.
 27 = 5,0383285, 1 Quinte + 4 gr. Terz.
 28 = 5,0388189, 7 Quarten + 3 gr. Terz.

- 29 ^{3wölftch.}_{tiefer.} 5,0393094, 15 Quarten + 2 gr. Terz.
 30 = 5,0397999, 23 Quarten + 1 gr. Terz.
 31 = 5,0402903, 31 Quarten
 32 = 5,0407808, 39 Quarten — 1 gr. Terz.

H. V

- H(^{gleich}_{schwebendes}) 5,0250858, 35 Quarten — 5 gr. T.
 I ^{3wölftch.}_{höher.} 5,0245953, 27 Quarten — 4 gr. T.
 2 = 5,0241049, 19 Quarten — 3 gr. Terzen
 3 = 5,0236144, 11 Quarten — 2 gr. T.
 4 = 5,0231239, 3 Quarten — 1 gr. T.
 5 = 5,0226335, 5 Quinten.
 6 = 5,0221430, 13 Quinten + 1 gr. Terz.
 7 = 5,0216525, 21 Quinten + 2 gr. Terz.
 8 = 5,0211621, 29 Quinten + 3 gr. Terz.
 9 = 5,0206716, 37 Quinten + 4 gr. T.
 10 = 5,0201811, 39 Quarten — 7 gr. Terz.
 11 = 5,0196906, 31 Quarten — 6 gr. Terz.
 12 = 5,0192002, 23 Quarten — 5 gr. Terz.
 13 = 5,0187097, 15 Quarten — 4 gr. Terz.
 14 = 5,0182192, 7 Quarten — 3 gr. Terz.
 15 = 5,0177288, 1 Quinte — 2 gr. Terz.
 16 = 5,0172383, 9 Quinten — 1 gr. Terz.
 17 = 5,0167478, 17 Quinten.
 18 = 5,0162574, 25 Quinten + 1 gr. Terz.
 19 = 5,0157669, 33 Quinten + 2 gr. Terz.
 20 = 5,0152764, 41 Quinten + 3 gr. Terz.
 21 = 5,0147860, 35 Quarten — 8 gr. Terz.
 22 = 5,0142955, 27 Quarten — 7 gr. Terz.
 23 = 5,0138050, 19 Quarten — 6 gr. Terz.
 24 = 5,0133146, 11 Quarten — 5 gr. Terz.

- 25 <sup>Zwölftb.
höher</sup> 5,0128241, 3 Quarten — 4 gr. T.
 26 = 5,0123336, 5 Quinten — 3 gr. Terz.
 27 = 5,0118431, 13 Quinten — 2 gr. T.
 28 = 5,0113527, 21 Quinten — 1 gr. T.
 29 = 5,0108622, 29 Quinten
 30 = 5,0103717, 37 Quinten + 1 gr. T.
 31 = 5,0098813, 45 Quinten + 2 gr. T.
 ingeleichen 39 Quarten — 10 gr. Terzen
 32 = 5,0093908, 31 Quarten — 9 gr. Terz.

§. 17.

Die kleinste Schwebung eines Intervalls beträgt in den vorhergehenden Tabellen ein Zwölftheil des ditonischen Commatis. Man verlangt kleinere Schwebungen, und fraget ob solche nicht ebenfalls durch Verbindung der Consonanzen unter sich zu erhalten sind. Die Sache ist allerdings möglich; es gehören aber viele Operationen dazu, und man wird besser thun, sich zu dieser Absicht des Monochords zu bedienen. Ausser dem gehören alle Schwebungen, welche kleiner als ein Zwölftheil Commat. diton. sind, mehr unter die speculativischen, als praktischen Gegenstände der Temperatur. Indessen will ich einige hieher gehörige Aufgaben darlegen.

§. 18.

Einen gleichschwebenden Viertheilston durch Zusammensetzung der Consonanzen zu finden. Wenn man die halbe Differenz eines Grundtons C und gleichschwebenden Cis von C abzieht, so kommt ein gleichschwebender Viertheilston zwischen C und Cis, als Grund-

$$\text{Grundton C} = \text{Log. } 5,3010300$$

$$\text{Gleichschweb. Cis} = \text{Log. } 5,2759442$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad 0,0250858 \\ \hline 0,0125429 \\ \hline 5,3010300 \end{array}$$

5,2884871 der kommende Viertheilton.

Dieser Viertheilton wird durch die wenigsten Operationen am nächsten erhalten, wenn man 32 Quarten + 21 große Terzen zusammen setzt, indem

$$\begin{array}{l} 32 \text{ Quarten} = \text{L. } 5,3010300 - 5,2163800 \\ + 21 \text{ gr. Terz.} = \text{L. } 5,3010300 - 5,0721000 \end{array}$$

$$\hline 10,6020600 - 10,2884800$$

$$\text{Grundton C} = \hline 5,3010300$$

$$\hline 15,5895100$$

$$\hline 10,6020600$$

$$\hline 4,9874500$$

$$\text{Log. 2} = \hline 0,3010300$$

$$\hline 5,2884800$$

= der Viertheilton.

§. 19.

Einem um ein Vierundzwanzigtheil des ditonischen Commatis vermehrten gleichschwebenden halben Ton Cis durch Zusammensetzung der Consonanzen zu finden. Wenn man mit der halben Differenz des gleichschwebenden Cis und eines Cis von $\frac{1}{12}$ Com. dit. A, das gleichschwebende Cis vermehret, so giebt

giebt der kommende Logarithme ein zwischen diesen beyden Zwölftheilen liegendes Vierundzwanzigtheil, als:

$$\text{Cis } \frac{1}{12} \Lambda = \text{Log. } 5,2764347$$

$$\text{Cis aeq.} = \text{Log. } 5,2759442$$

$$2) \frac{0,0004905}{0,0002452 \frac{1}{2}} \text{ Differenz}$$

$$\text{Cis aeq.} = \text{Log. } 5,2759442$$

$$5,2761894 \frac{1}{2} = \text{Cis aequale} + \frac{1}{24} \text{ Comm. dit. } \Lambda$$

Um vorhergehenden Ton zu erhalten, setze man neun und dreyßig Quinten plus einhundert ein und achtzig große Terzen zusammen, als von C an gerechnet:

$$39 \text{ Quinten} = \text{Log. } 5,3010300 - 5,0561312$$

$$181 \text{ gr. Terz.} = \text{Log. } 5,3010300 - 5,2200600$$

$$10,6020600 - 10,2761912$$

$$\text{Grundton} = \text{C Log. } 5,3010300$$

$$15,5772212$$

$$10,6020600$$

$$4,9751612$$

$$\text{Log. } 2 = 0,3010300$$

$$5,2761912 = \text{Cis aeq.} +$$

$$\text{das obige Cis} + \frac{1}{24} = \text{Log. } 5,2761895 \quad \frac{1}{24} \text{ C.d. } \Lambda$$

$$0,00000,17 \text{ Differenz}$$

von dem obigen Cis $+\frac{1}{24}$, welche nicht in Betracht kömmt.

§. 20.

Einen um ein Achtundvierzigtheil des diton Comm. vermehrten gleichschwebenden halben Ton Cis durch Zusammensetzungen der Consonanzen zu finden. Wenn man mit der halben Differenz des gleichschwebenden Cis und eines Cis von $\frac{1}{24}$ Comm. dit. Λ das gleich-

gleichschwebende Cis vermehret, so giebet das Product ein zwischen diesen beyden Vierund zwanzigtheilen liegendes Acht und vierzigtheil, als:

$$\text{Cis } \frac{1}{24} \Lambda \text{ nach vorigem §. 19} = \text{Log. } 5,2761895$$

$$\text{Cis aequale} = \text{Log. } 5,2759442$$

$$2) \quad 0,0002453$$

$$0,0001226\frac{1}{2}$$

$$\text{Cis aequale} = \text{Log. } 5,2759442$$

$$5,2760668\frac{1}{2} =$$

$$\text{Cis aequale} + \frac{1}{48} \text{ Comm. dit } \Lambda$$

Um vorhergehenden Ton zu erhalten, setze man neun und siebenzig Quinten plus neun und neunzig große Terzen zusammen, als von C an gerechnet:

$$79 \text{ Quint.} = \text{L. } 5,3010300 - 5,2372012$$

$$99 \text{ gr. Tz.} = \text{L. } 5,3010300 - 5,0388700$$

$$10,6020600 - 10,2760712$$

$$\text{Grundton C} = \text{Log. } 5,3010300$$

$$15,5771012$$

$$10,6020600$$

$$4,9750412$$

$$\text{Log. 2} = 0,3010300$$

$$5,2760712 = \text{Cis aeq.}$$

$$+ \frac{1}{48} \text{ Comm.}$$

$$\text{das obige Cis aequ.} + \frac{1}{48} = \text{Log. } 5,2760669 \quad \text{dit. } \Lambda$$

$$0,00000,43 \text{ Differenz}$$

vom obigen Cis, welche nicht in Betracht kommt.

§. 21.

Es ist bekannt, daß die Zahl 7 beständig aus der harmonikalischen Tonleiter ausgeschlossen worden, nicht deswegen weil sie keine Consonanzen giebt, sondern weil sie unbrauchbare Dissonanzen hervorbringer, welche, ob sie gleich in

sehr faßlichen Verhältnissen, nemlich in $8:7$, $7:6$, $7:5$ und umgekehrt in $7:4$, $12:7$ und $10:7$ erscheinen, sich dennoch nicht durch eine leichte Zusammensetzung von Consonanzen, so wie unsere gute brauchbare Dissonanzen, entwickeln lassen. Damit wir indessen die Zahl 7 durch den Weg der Zusammensetzung einigermaßen kennen lernen, so wollen wir uns so lange mit der Annäherung begnügen, bis uns jemand die völlige Anzahl und Art der Consonanzen berechnet, durch deren Verbindung wir sie aufsgenaueste finden können. Ich für meine Person habe nach denen Wirkungen, welche sie vermittelst der Trompete und des Waldhorns in mir erregt, es nicht der Mühe wehrt gehalten, dieserwegen einen Versuch anzustellen. Also

1) Das Verhältniß $7:6$ durch die Annäherung zu finden. Das Intervall $7:6$ ist um das Comma $36:35$ tiefer als die reine kleine Terz $6:5$. Dieses Comma ist größer als $\frac{2}{1}\frac{4}{2}$ Comm. dit. und machet beynähe $\frac{2}{1}\frac{5}{2}$ desselben aus. Wir brauchen also nur eine um $\frac{2}{1}\frac{5}{2}$ vertiefte kleine Terz $c:es$ zu suchen, und diese wird durch ein und dreißig Quarten minus zwey große Terzen gefunden. Der Unterschied der Ration $7:6$ und des $Es \frac{2}{1}\frac{5}{2} \Lambda$ beträgt nicht mehr als circa $\frac{1}{10000}$, und man hat keine Ursache, darüber zu chicaniren. Die Octave von dem Grundton C zu dem gefundenen $Es \frac{2}{1}\frac{5}{2} \Lambda$ giebet die umgekehrte Ration $12:7$.

2) Das Verhältniß $7:4$ durch die Annäherung zu finden. Man addire zu dem vor-
hinge-

hingefundenen Es $\frac{2}{1}\frac{5}{2}$ A die Quinte B, so ist der Aufgabe genüget, und es kommt eine ungefähr um $\frac{1}{1}\frac{6}{2}$ A schwebende kleine Septime c: b. Wenn man den Ton B eine Octave tiefer, oder den Ton C eine Octave höher versetzt, so wird man das umgekehrte Verhältniß 8:7 mit B:C haben.

3) Das Verhältniß 10:7 durch die Annäherung zu finden. Man addire zu dem gefundenen Es $\frac{2}{1}\frac{5}{2}$ A 23 Quartan — 7 große Terzen. Durch die Umkehrung erhält man die Ration 7:5.

Man merke, daß die Verhältniße 7:1, und 7:2 nur Octavenweise von 7:4 differiren.

§. 22.

Einigen neuern Musikgelehrten hat es gefallen, folgenden Vierklang als consonirend zu proponiren:

c e g i*) c
210, 168, 140, 120, 105

In diesem Accord sind folgende auf die Zahl sieben sich gründende Verhältniße enthalten:

1) Das Verhältniß 8:7 in 120:105 = i:c, und das umgekehrte Verhältniß 7:4 in 210:120 = c:i;

2) das Verhältniß 5:4 in 168:120 = e:i. Wer solches umgekehrt haben will, füge einen fünften Ton durch 84 = $\bar{e}$ hinzu, da alsdenn 120:84 = i: $\bar{e}$ seyn wird;

3) Das Verhältniß 7:6 in 140:120 = g:i. Wer solches umgekehrt haben will, füge einen sechsten Ton durch 70 = $\bar{g}$ hinzu, da da alsdenn 120:70 = i: $\bar{g}$ seyn wird.

Kf 2

Man

*) Der Herr Kirnberger hat diesen Ton mit dem Namen i bezeichnet.

500 II. Versuch in Temperaturtabellen.

Man begnüge sich nicht, die septenarischen Intervalle durch die Annäherung zu entwickeln, sondern suche sie annoch auf dem Monochord, um sich mit den Eigenschaften jenes Accords bekannt zu machen. Zu diesem Versuch kann man annoch folgende Betrachtungen hinzufügen:

1) daß das Verhältniß $8:7 = i:c$, welches um $64:63$ von $9:8$, und um $36:35$ von $9:10$ differiret, in Absicht auf den Grundton C betrachtet, ein D zwischen $\frac{1}{1}\frac{6}{2}$ und $\frac{1}{1}\frac{7}{2}$ V Commat. diton. und also eine große Secunde $c:d$ hervorbringeret;

2) daß das Verhältniß $7:5 = e:i$, in Absicht auf den Grundton C betrachtet, ein Fis von circa $\frac{2}{1}\frac{2}{2}$ A Comm. diton. hervorbringeret;

3) daß das Verhältniß $7:6 = g:i$, in Absicht auf den Grundton C betrachtet, eine discordante kleine Terz $c:es$ zwischen $\frac{2}{1}\frac{4}{2}$ und $\frac{2}{1}\frac{5}{2}$ A Comm. dit. hervorbringeret.

So gewiß es nun ist, daß 1) weder die große Secunde $c:d$ noch umgekehrt die kleine Septime eine Consonanz ist; 2) daß weder die übermäßige Quarte $c:fis$, noch umgekehrt die verminderte Quinte eine Consonanz ist; und 3) daß weder eine um $\frac{2}{1}\frac{5}{2}$ erniedrigte kleine Terz, noch umgekehrt eine um eben so viel erhöhte große Sexte eine Consonanz ist: so gewiß ist es, daß weder $8:7$ noch $7:4$, weder $7:5$ noch $10:5$, und weder $7:6$ noch $12:7$ consonirende Verhältnisse sind.

III. Ge-

III. Gebrauch der Temperatur- tabellen.

§ I.

Ich setze voraus, 1) daß alle hieher gehörige Aufgaben, sowohl in Ansehung einzelner Intervalle als ganzer Temperaturen, in Logarithmen gegeben, oder wenn es in gemeinen Zahlen geschieht, zuvor in Logarithme übersehet werden; und 2) daß überhaupt gesprochen keine kleinere Schwebungen als Zwölftheile des diatonischen Commatis vorkommen.

1) Es sey eine Quinte = $\text{Log. } 6,2031391 -$, $6,0226335$. Man verlanget die Größe ihrer Schwebung zu wissen. Ob diese Quinte ein $c:g$, oder $g:d$, oder $d:a$ u. s. w. ist, in gleichen ob die Temperatur, in welcher sie vorkommt, zwischen $2000:1000$, oder $3000:1500$, oder $40000:20000$ u. s. w. (die Grundzahlen der Temperatur in gemeinen Zahlen betrachtet,) statt findet, ist uns allhier einerley. Da die Grundzahl der Tabellen = 200000 , und der Logarithmus derselben = $5,3010300$ so sage man in Beziehung auf selbigen: wie $\text{Log. } 6,2031391 - 6,0226335$: so $5,3010300 - 5,1205244 = c:g$, das ist in der Ausarbeitung:

$$\begin{array}{r} 6,0226335 \\ 5,3010300 = C \\ \hline 11,3236635 \\ 6,2031391 \\ \hline 5,1205244 = G \end{array}$$

Rf 3

Wenn

Wenn man nun den gefundenen Logarithmen 5,1205244 in den Tabellen suchet, so findet man, daß die gegebne Quinte 6,2031391 — 6,0226335 um $\frac{2}{12}$ aufwärts schwebet, eben so wie die Quinte 5,3010300 — 5,1205244 = c:g um $\frac{2}{12}$ V schwebet.

So wie mit den Quinten, so mit allen übrigen Intervallen.

2) Es sey eine in gemeinen Zahlen gegebne große Terz 1620:1280. Man übersehe sie in die Logarithmen 3,2095150 — 3,1072100, und verfare wie bey der ersten Aufgabe. Es wird der kommende Logarithmus seyn = 5,1987250, welcher ein E von $\frac{11}{12}$ V giebet. Die gegebne große Terz wird also um $\frac{11}{12}$ aufwärts schweben.

So wie mit der großen Terz, so mit allen andern Intervallen. Wenn mit der in gemeinen Zahlen gegebenen Ration ein Bruch verbunden ist, so muß man eine äquivalente Ration in ganzen Zahlen substituiren, um die Logarithmen ohne viele Mühe desto richtiger zu bekommen.

3) Es sey die reine Quinte g:d 1200:800, das ist in Logarithmen = 3,0791812 — 2,9030900. Die folgende Quinte d:a soll $\frac{11}{12}$ A schweben. Man suche in den Tabellen die um $\frac{11}{12}$ A schwebende Quinte c:g = 5,3003000 — 5,1303339, und sage: Wie die in den Tabellen gefundne Quinte c:g $\frac{11}{12}$ A: so die zu findende Quinte d:a von $\frac{11}{12}$. Der kommende

mende Logarithmus für a wird seyn $= 2,7323939$,
 und weil dieses a die Octave überschreitet, (wel-
 ches man daraus siehet, daß der Logarithmus
 von a aus kleinern Zahlen bestehet, als der Lo-
 garithmus von d , da er aus größern bestehen
 sollte, indem a ein tieferes Intervall ist als d ,
 von einem Grundton g zur Octave $\bar{g}$ gerechnet,)
 so addire man den Logarith. von $2 = 0,3010300$
 zu dem Logarithm. von $a = 2,7323939$, kömmt
 $3,0334239$ für das tiefere a . (Ich erinnere bey
 dieser Gelegenheit, daß, wenn in gegenseitigen
 Fällen ein Intervall die Octave untersteiget, man
 den Logarithmen $2 = 0,3010300$ von dem Lo-
 garithmen des gefundenen Intervalls abzieht.)
 Nachdem nunmehr der Calcul vollzogen worden,
 so fragt es sich, wie man die Quinte $d:a$ durch
 Hülfe der Tabellen auf dem Claviere findet. Dieses
 wird geschehen, wenn man von d an drey Quar-
 ten plus eine große Terz, folglich $d g, g c, c f, + f a$
 zusammensetzet, eben so wie nach Anleitung der
 Tabellen, die Quinte $g \frac{1}{12} A$ durch Zusammen-
 setzung der Intervalle $c f, f b, b e, + e g$, von
 c an, gefunden worden ist.

§. 2.

Es sey eine Temperatur, in welcher je-
 de Quinte um $\frac{1}{12}$ Commat. dit. abwärts
 schwebet. Solche am bequemsten aufzu-
 tragen. Die proponirte Temperatur ist die
 gleichschwebende, und da ich von der bequem-
 sten Auftragung derselben, im XVIII. Abschnitt

meines Versuch über die Temperatur, bereits weitläufig gehandelt habe, und diese Art der Auftragung mit der nach unsern Temperaturentabellen völlig übereinstimmt, so verweise ich den Leser dahin.

§. 3.

Man verlangt eine Tonleiter von 24 gleichschwebenden Viertelthönen. Solche durch Zusammensetzung der Consonanzen mechanisch zu finden. α) Man lege die gleichschwebende Temperatur der 12 halben Töne zum Grunde; β) man suche den im §. 18 unserer Temperaturentabellen berechneten Viertelthonten c cis; γ) man construire auf selbigen ebenfalls eine gleichschwebende Temperatur von 12 halben Tönen. Die einander abwechselnden halben Töne von den Operationen bey α) und denen bey γ) werden eine Tonleiter von 24 gleichschwebenden Viertelthönen geben. Es ist aber der Logarithme dieses im §. 18. berechneten Viertelthontons $= 5,2884800$, und derselbe machet den geometrischen Mittelton zwischen c und cis $= \text{Log. } 5,3010300$ und $5,2759442$. Wenn nun dieser Viertelthonten mit 7 Quarten — I große Terz vermehret wird, so kommt der gleichschwebende Viertelthonten zwischen G und Gis in den Zahlen $5,1128792$. Ich will die für jeden Ton erforderliche Anzahl von Intervallen nach Ordnung der Quinten, beybringen, als:

Ordnung

Ordnung der
Biertheiltöne.

Anzahl der Consonanzen.

1ter, c cis*)	32 Quart. + 21 große Terzen.
2ter, g gis	32 Quart. + 21 gr. T. + 7 Quart. — 1 gr. T. = 39 Quart. + 20 gr. T.
3ter, d dis	32 Quart. + 21 gr. T. + 14 Quart. — 2 gr. T. = 46 Quart. + 19 gr. T.
4ter, a b	32 Quart. + 21 gr. T. + 21 Quart. — 3 gr. T. = 53 Quart. + 18 gr. T.
5ter, e f	32 Quart. + 21 gr. T. + 28 Quart. — 4 gr. T. = 60 Quart. + 17 gr. T.
6ter, h c	32 Quart. + 21 gr. T. + 35 Quart. — 5 gr. T. = 67 Quart. + 16 gr. T.
7ter, fis g	32 Quart. + 21 gr. T. + 42 Quart. — 6 gr. T. = 74 Quart. + 15 gr. T.

Nun fahren wir in unsrer Rechnung rückwärts fort

12ter, f fis	32 Quart. + 21 gr. T. + 7 Quint. + 1 gr. T. = 32 Quart. + 22 gr. T. + 7 Quint.
11ter, b h	32 Quart. + 21 gr. T. + 14 Quint. + 2 gr. T. = 32 Quart. + 23 gr. T. + 14 Quint.
10ter, dis c	32 Quart. + 21 gr. T. + 21 Quint. + 3 gr. T. = 32 Quart. + 24 gr. T. + 21 Quint.
9ter, gis a	32 Quart. + 21 gr. T. + 28 Quint. + 4 gr. T. = 32 Quart. + 25 gr. T. + 28 Quint.
8ter, cis d	32 Quart. + 21 gr. T. + 35 Quint. + 5 gr. T. = 32 Quart. + 26 gr. T. + 35 Quint.

Es ist aber nicht nöthig, mit allen zwölf Biertheiltönen diese weitläufige Zusammensetzungen, welche in vorhergehender Tabelle alle von dem Grundton C an gerechnet worden sind, vorzunehmen.

Kf 5

*) Es sey mir erlaubt, in Ermangelung anderer Benennungen der Biertheiltöne, den zwischen c und cis fallenden Biertheilton durch c cis oder c des, den zwischen g und gis fallenden durch g gis oder g as u. s. w. auszudrücken.

nehmen. Wenn der erste Viertelton, der zwischen C und Cis fällt, von C an gefunden worden ist, so suche man zu diesem C cis eine um $\frac{1}{12}$ A schwebende Quinte g gis, welches durch 7 Quarten — 1 gr. Terz geschieht; zu dem g gis eine um $\frac{1}{12}$ A schwebende Quinte d dis, welches von g gis an, wiederum durch 7 Quarten — 1 gr. Terz geschieht, und so weiter, so wie bey γ) gelehrt worden ist.

Der gelehrte Verfasser der im I. Abschnitt übersetzten *Remarques sur le Tempérament en Musique* hat für eben diese Vierteltonne folgende Zusammensetzungen angegeben:

C cis	1ster	Viertel.ton	40	Quint.	+	2	gr.	Terz.
G gis	2ter	=	=	33	=	—	1	=
D dis	3ter	=	=	26	=	+	0	=
Ab	4ter	=	=	19	=	—	1	=
E f	5ter	=	=	12	=	—	2	=
H c	6ter	=	=	9	Quart.	—	5	=
F is g	7ter	=	=	2	Quart.	—	4	=
C is d	8ter	=	=	75	Quint.	+	7	=
G is a	9ter	=	=	68	=	+	6	=
D is e	10ter	=	=	61	=	+	5	=
B h	11ter	=	=	54	=	+	4	=
F is	12ter	=	=	5	=	—	3	=

Wenn diese Lambertschen Vierteltonne und diejenigen, welche aus meiner Angabe hervorgehen, nicht übereinstimmen, so ist zu merken, daß der berühmte Fluctor die seinigen nur in einer entfernten Annäherung hat geben wollen. Ich gebe ein paar Exempel.

Unser

Unser erster $\frac{1}{4}$ Ton = Log. 5, 2884800

Der Lambertsche = Log. 5, 2882812

0,0001988 Differenz.

Unser dritt. $\frac{1}{4}$ Ton = Log. 5, 2383154

Der Lambertsche = Log. 5, 2381080

0,0002074 Diff. u. s. w

§. 4.

Es seyn drey ungleichschwebende Temperaturen, jede von zehn reinen Quinten. Von den zwey alterirten Quinten soll, nach Anleitung folgender Tabulatur, die eine um $\frac{1}{12}$, und die andere um $\frac{11}{12}$ Com. dit. abwärts schweben. Solche am bequemsten aufzutragen. (Da hier bloß die Rede davon ist, wie man jede gegebne ungleichschwebende Temperatur, nach Anleitung unserer Temperaturtabellen, aufs Clavier übertragen soll, so fällt aller Discurs über den Werth der ungleichschwebenden Temperaturen weg, als worüber ich mich in meinem Versuch über die Temperatur, überhaupt und besonders, genugsam erkläret habe.) Es ist aber

Die 1ste Temper. | Die 2te Temper. | Die dritte Temp.

Quinten.	Quinten.	Quinten.
c g o f i s c i s I Δ	c g o f i s c i s o	c g o f i s c i s o
g d o c i s g i s o	g d o c i s g i s I	g d o c i s g i s o
d a I I g i s d i s o	d a I I g i s d i s o	d a I I g i s d i s I
a e o e s b o	a e o e s b o	a e o e s b o
e h o b f o	e h o b f o	h o b f o
h f i s o f c o	h f i s o f c o	h f i s o f c o
Summe 12 Δ	Summe 12 Δ	Summe 12 Δ

Große Terzen.	Große Terzen.	Große Terzen.
ce ○	ce ○	ce ○
egis 10 V	egis 10 V	egis 11 V
asc 11 V	asc 11 V	asc 10 V
gh ○	gh ○	gh ○
hdis 10 V	hdis 10 V	hdis 10 V
esg 11 V	esg 11 V	esg 11 V
d fis ○	d fis ○	d fis ○
fis ais 10 V	fis ais 10 V	fis ais 10 V
bd 11 V	bd 11 V	bd 11 V
acis 10 V	acis 11 V	acis 11 V
cis eis 11 V	cis eis 10 V	cis eis 10 V
fa ○	fa ○	fa ○

Kleine Terzen.	Kleine Terzen.	Kleine Terzen.
ces 11 Λ	ces 11 Λ	ces 11 Λ
dis fis 10 Λ	dis fis 10 Λ	dis fis 10 Λ
fisa 11 Λ	fisa 11 Λ	fisa 11 Λ
ac ○	ac ○	ac ○
gb 11 Λ	gb 11 Λ	gb 11 Λ
bdes 11 Λ	bdes 10 Λ	bdes 10 Λ
cise 10 Λ	cise 11 Λ	cise 11 Λ
eg ○	eg ○	eg ○
df 11 Λ	df 11 Λ	df 11 Λ
fas 11 Λ	fas 10 Λ	fas 10 Λ
gish 10 Λ	gish 11 Λ	gish 11 Λ
hd ○	hd ○	hd ○

Wie man aus der vorhergehenden Tabulatur
siehet, so kommen die drey Temperaturen nicht
allein in der Anzahl der reinen Quinten, sondern
auch

auch in der Anzahl der reinen großen und kleinen Terzen, mithin in der Anzahl der alterirten Intervalle dieses Namens überein. Ihr Unterschied bestehet bloß in der Lage dieser Intervalle, als vermittelst welcher die beyden alterirten Quinten, von $d:a$ an, in der ersten Temperatur in der Entfernung von vier Quinten, in der zweyten in der Entfernung von fünf, und in der dritten in der Entfernung von sechs Quinten einander folgen, aus welcher verschiednen Lage hernach die verschiedne Lage der alterirten Terzen hin und wieder entsteht. Uebrigens sind alle drey Temperaturen in Ansehung ihrer innern Güte einander gleich, und es ist keine besser oder schlechter als die andere. Um sie aufzutragen, stimmt man eine von den alterirten Quinten zuerst, und die gegen die beyden Enden derselben stoßenden reinen Quinten hernach. Die zweyte alterirte Quinte giebet sich allezeit von selbst. Ich will den zweyfachen Proceß an der ersten Temperatur darlegen.

α) Wenn die um $\frac{1}{12}$ A schwebende Quinte $d:a$ zuerst gesucht wird.

Die Quinte $d:a$ soll eben die Schwebung haben, welche $c:g$ von $\frac{1}{12}$ A in den Temperaturtabellen hat. Wenn nun das g , dessen Logarithmus $= 5,1303339$, durch drey Quartan + eine große Terz, mithin durch cf , fb , bes + esg gefunden wird: so muß das verlangte a auf eine ähnliche Art, durch drey Quartan plus eine große Terz, mithin durch dg , gc , cf + fa gesucht werden.

werden. Da die Quinten fc , cg , gd , in der aufgegebenen Temperatur rein sind: so sind solche durch vorige Operation bereits gefunden worden, und man behält sie also. Man stimme nun weiter die vier reinen absteigenden Quinten fb , bes , dis gis , gis cis , ingleichen die drey reinen aufsteigende Quinten ae , eh und h fis : so ist die Aufgabe durch eilf Operationen vollzogen worden. Die Quinte fis cis von $\frac{I}{12} \Lambda$ bestimmt sich durch h fis und cis gis . Ich wiederhole die Operationen kürzlich, als:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
dg	gc	cf	fa	fb	bes	dis	gis	gis	cis	ae , eh , h fis .

β) Wenn die um $\frac{I}{12} \Lambda$ schwebende Quinte fis : cis zuerst gesucht wird.

Die Quinte fis : cis soll eben die Schwebung haben, welche c : g von $\frac{I}{12} \Lambda$ in den Tabellen hat. Wenn nun das g , dessen Log. = 5,1254292, durch sieben Quarten minus eine große Terz, mithin durch cf , fb , bes , es as , gis cis , cis fis , fis h — h g gefunden wird: so muß das verlangte cis , auf ähnliche Art durch sieben Quarten minus eines große Terz, mithin durch fis h , he , ea , ad , dg , gc , cf — $fcis$ gesucht werden. Von den sieben reinen Quarten kann man aber keine andere als die drey ersten fis h , he und ea behalten, indem d : a schwebend gemacht werden muß. Man stimme nunmehr von cis an, die sieben reinen Quinten cis gis , gis dis , es b , bf , fc , cg und gd . Der Ton d wird seyn wie er seyn soll. Da
zur

zur vorhergehenden Manier die aufzugebene Temperatur aufzutragen, funfzehn Operationen erfordert werden, der Proceß aber mit wenigern vollzogen werden kann: so wollen wir die um $\frac{1}{12}$ A schwebende Quinte fis:cis auf eine andere Art suchen, und solche in die um $\frac{1}{12}$ V schwebende Quarte cis: fis verwandeln. Nun soll cis: fis eben die Schwebung haben, welche c:f von $\frac{1}{12}$ V in den Tabellen hat. Es wird aber dieses f, dessen Log. = 5,1756008, durch sieben Quinten plus eine große Terz, mithin durch cg, gd, da, ae, eh, h fis, fis cis + des f gefunden. Also muß, von cis an, das fis auf ähnliche Art, und folglich durch cis gis, gis dis, esb, bf, fc, cg, gd + d fis gesucht werden. Hier bleiben alle sieben reine Quinten cis gis, gis dis, esb, bf, fc, cg und gd, und die noch fehlenden Quinten werden durch fis h, he und ea gesucht. Diese Manier erfordert also nicht mehr als eilf Operationen, so wie die bey a). Ich recapitulire sie, als:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
cis gis,	gis dis,	esb,	bf,	fc,	cg,	gd,	d fis;	fis h,	he,	ea.

Auf verhältnißmäßige ähnliche Art können nun die beyden andern Temperaturen aufgetragen werden.

§. 5.

Wem die musikalischen Schriften des berühmten Herrn Kirnberger bekannt sind, der wird wissen, daß selbiger die erste der vorhergehenden Temperaturen vor einigen Jahren den Lieb-

Liebhavern empfohlen, aber zugleich für diejenigen, welchen die Schwebung der Quinte $d:a$ zu schwach scheinen möchte, eine Theilung derselben nach dem Gehör proponiret hat. Da diese Art der Theilung sehr problematisch ist, so wollen wir sehen, wie wir solche mit völliger Gewißheit verrichten können. Es kommt bey dieser Sache darauf an, daß die Schwebung von $\frac{1}{12}$ Comm. dit., welche den Wehrt des syntonischen Commatis $81:80$ beträgt, nach der Idee des Herrn Auctors, zwischen die beyden Quinten $d:a$ und $a:e$ gleich vertheilet, mithin sowohl $a:e$ als $d:a$ schwebend, und jede Schwebung von $5\frac{1}{12}$ gemachet werde. Ich lege zuvörderst die Temperatur selbst nach ihrem ganzen Umfange in Logarithmen dar.

$\bar{c}$	=	Log.	5,00000000
h	=	"	5,0280287
b	=	"	5,0511525
a	=	"	5,0791813
gis	=	"	5,1023050
g	=	"	5,1249387
fis	=	"	5,1529675
f	=	"	5,1760913
e	=	"	5,2041200
dis	=	"	5,2272438
d	=	"	5,2498775
cis	=	"	5,2783963
c	=	"	5,3010300

Die Logarithmen sind nach den Verhältnissen
 $c:h$

$c:h=15:8$, $c:b=16:9$, $c:a=5:3$,
 $c:gis=128:81$, $c:g=3:2$, $c:fis=$
 $45:32$, $c:f=4:3$, $c:e=5:4$, $c:es=$
 $32:27$, $c:d=9:8$ und $c:cis=256:243$
 gesucht worden.

Wenn wir die Differenz der beyden Logarithmen
 von $c:g \frac{5}{12} \Lambda$ und von $c:g \frac{6}{12} \Lambda$ Comm dit.
 durch 2 theilen, und den Quotienten zum Loga-
 rithmen von $\frac{5}{12}$ addiren, so bekommen wir den Lo-
 garithmen von $c:g 5 \frac{1}{2}$ Zwölftheil, als

$$C:g \frac{6}{12} \Lambda = \text{Log. } 5, 1278815$$

$$c:g \frac{5}{12} \Lambda = \text{Log. } 5, 1273910$$

$$\text{Differenz } 0,0004905$$

$$2) \text{-----}$$

$$0,0002452 \frac{1}{2}$$

$$c:g \frac{5}{12} \Lambda = \text{Log. } 5, 1273910$$

$$5,1276362 \frac{1}{2} = C:G \frac{5 \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \Lambda = \frac{11}{24}$$

Wie sich nun C:G alhier verhält, so soll sich
 D:A verhalten. Folglich wird der Logarithme
 von A seyn müssen = 5,0764838, indem

$$G \frac{5}{12} \Lambda = \text{Log. } 5, 1276363$$

$$D \text{ Kirnberg.} = \text{Log. } 5, 2498775$$

$$10, 3775138$$

$$C = \text{Log } 5, 3010300$$

$$5,0764838 = A \frac{5 \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} \Lambda = \frac{11}{24}$$

Laßt uns sehen wie wir dieses A finden. Wenn
 wir die große Sexte $c:a = \text{Log } 5, 3010300 -$
 $5,0764838$ aus der aufgegebenen Temperatur
 dergestalt decomponiren, daß wir ihr den im 11ten

berechneten, um $\frac{1}{24}$ Comm. dit. vermehrten, gleichschwebenden halben Ton abziehen, als

$$\begin{array}{r}
 c:a=l. \quad 5,3010300 - \quad 5,0764838 \\
 c:cis + \frac{1}{24} = l. \quad 5,2761912 - \quad 5,3010300 \\
 \hline
 10,5772212 - 10,3775138 \\
 \text{Grundt. C} = \quad 5,3010300 \\
 \hline
 15,6785438 \\
 10,5772212 \\
 \hline
 5,1013226 = \\
 \text{gis oder as } \frac{9}{12} \Lambda
 \end{array}$$

so bleibet, wie man siehet, ein aus 12 Quinten + 2 großen Terzen bestehendes gis oder as zurücke. (Den Wehrt des Logarithmen 5,1013226 findet man in den vorhergehenden Temperatortabellen.) Hieraus folget, daß der verlangte Ton $a = \text{Log. } 5,0764838$ erhalten werden wird, wenn wir den um $\frac{1}{24}$ vermehrten gleichschwebenden halben Ton mit dem gis $\frac{9}{12}$ zusammensetzen, als:

$$\begin{array}{r}
 c:cis + \frac{1}{24} \Lambda = l. \quad 5,3010300 - l. \quad 5,2761912 \\
 \text{Gis } \frac{9}{12} = l. \quad 5,1013226 \\
 \hline
 10,3775138 \\
 5,3010300 \\
 \hline
 5,0764838 = \\
 \text{verlangtes. } a \quad 5 \frac{1}{2} = \frac{1}{24} \frac{1}{2}
 \end{array}$$

Es werden also zur Hervorbringung des Kirnbergerischen a von $5 \frac{1}{2} = \frac{1}{24} \frac{1}{2}$ erfordert 39 Quinten + 181 große Terzen + 12 Quinten + 2 große

große Terzen, das ist überhaupt ein und funfzig Quinten plus einhundert drey und achtzig große Terzen. Wenn nunmehr von a an, die reinen Quinten ae, eh, h fis, und von c an die reinen Quinten cg, gd und cf, fb, bes, dis gis, gis cis, gesucht werden, (und hiezu gehören 10 Operationen,) so werden überhaupt zweyhundert vier und vierzig Operationen zur Execution der bewußten Temperatur erfordert.

Vielleicht ist man, um diese weitläufige Operationen zu vermeiden, mit der Annäherung zufrieden. Wir können durch den vom Hrn. Lambert im §. 24 seiner Remarques &c. proponirten mittlern halben Ton dazu kommen. Dieser Ton besteht aus 22 großen Terzen, und giebet ein Cis, welches beynahе um $\frac{1}{24}$ Comm dit. tiefer als das gleichschwebende Cis ist. Ich sage beynahе, indem

das Lambert.Cis

aus 22 gr. Terz. = Log. 5,2762200

das um $\frac{1}{24}$ vermehrte

te gleichschw. Cis = Log. 5,2761894

0,0000306 Differenz

Wenn wir diesen mittlern halben Ton eben so wie in der vorhergehenden Auflösung des A Problems, mit dem aus 12 Quinten + 2 große Terzen bestehenden gis oder as von $\frac{2}{12}$ A zusammensetzen, so wird das verlangte A beynahе kommen, als:

$$\begin{array}{r}
 \text{der mittl. halbe Ton} = \log. 5,3010300 - 5,2762200 \\
 \text{Gis oder As } \frac{9}{12} \Lambda = \underline{5,1013242} \\
 10,3775442 \\
 \underline{5,3010300} \\
 5,0765142 = \\
 A \frac{5\frac{1}{2}}{24} = \frac{11}{24} \text{ beynähe.}
 \end{array}$$

Der Lambertsche halbe Ton erforderte 22 Operationen; das gis 14; hiezu die 10 letzten Operationen, wodurch die zehn reinen Quinten gefunden werden, so erfordert die ganze Temperatur sechs und vierzig Operationen.

§. 6.

Es seyn folgende ungleichschwebende Temperaturen, jede von zehn reinen Quinten.

In der ersten soll eine Quinte fis cis um $\frac{2}{12}$ und eine andere d:a um $\frac{10}{12}$ Comm. dit. abwärts schweben. — Man kann die um $\frac{10}{12} \Lambda$ schwebende Quinte, zu deren Hervorbringung fünf Quinten plus zwey große Terzen erfordert werden, zuerst suchen, und hernach den Proceß durch reine Quinten fortsetzen. Die um $\frac{2}{12} \Lambda$ schwebende Quinte bestimmt sich von selbst. Es werden zu dieser Temperatur siebenzehn Oper

rationen erfordert, als $\overset{1}{d}a, \overset{2}{a}e, \overset{3}{e}h, \overset{4}{h}fis,$

$\overset{5}{fis}cis, \overset{6}{+}cis cis, \overset{7}{f}a,$ wovon nur die Töne d und a

behalten werden; ferner von a an, $\overset{8}{a}n, \overset{9}{a}e, \overset{10}{e}h, \overset{11}{h}fis,$

11

11 12 13 14 15 16 17
und von d an, dg, gc, cf, fb, bes, dis gis, gis cis.

In der zweyten soll die Quinte d:a um $\frac{9}{12}$,
und die Quinte fis:cis um $\frac{3}{12}$ erniedriget wer-
den. Der ganze Proceß erfordert sechs und

1 2 3 4
zwanzig Operationen, als da, ae, eh, h fis,

5 6 7 8 9 10 11 12
fis cis, cis gis, gis dis, esb, bf, fc, cg, gd,

13 14 15 16
da, + a cis, cis f, fa, wovon nur die Töne

d und a behalten werden; ferner die zehn reinen
Quinten, ae, eh, h fis und dg, gc, cf, fb,
bes, dis gis, gis cis. Die Schwebung von $\frac{9}{12}$
kann zwischen zwey Quinten gleich vertheilet und
also jeder Quinte eine Schwebung von $4\frac{1}{2} = \frac{9}{24}$

gegeben werden. Man nehme die im §. 5. zur
Theilung der Schwebung $\frac{1}{24} = 5\frac{1}{12}$ gegebne An-
weisung zur Richtschnur, und richte die Opera-
tionen verhältnißmäßig darnach ein.

In der dritten soll eine Quinte fis:cis um
 $\frac{4}{12}$, und eine andere d:a um $\frac{8}{12}$ Comm. dit. A
schweben. Diese letztere Quinte wird zuerst ge-
suchet, und die Temperatur kann mit fünf und
dreyßig Operationen vollzogen werden. Man
findet in den Temperaturtabellen, daß eine Quin-
te c:g (allhier d:a) von $\frac{8}{12}$ A Comm. dit. ein
und zwanzig Quinten + 4 große Terzen erfor-
dert. Hiezu die zehn bekannten reinen Quinten
addiret, kommen 35 Operationen.

In der vierten soll eine Quinte um $\frac{5}{12}$, und eine andere um $\frac{7}{12}$ Comm. dit. Λ schweben. Diese letzte Quinte wird zuerst gesucht, und die ganze Temperatur erfordert vier und vierzig Operationen. Die Schwebung von $\frac{7}{12}$ kann zwischen zwey Quinten gleich vertheilet, und also jeder derselben $3\frac{1}{2} = \frac{7}{4}$ Com. dit. gegeben werden. Eine Quinte $c:g$, (allhier $d:a$), von $\frac{7}{12} \Lambda$ erfordert 29 Quinten + 5 große Terzen. Hiezu 10 reine Quinten, kommen 44 Operationen.

In der fünften soll jede der beyden alterirten Quinten um $\frac{6}{12}$ Com. dit. Λ schweben. Der ganze Proceß erfordert drey und funfzig Operationen. Eine Quinte von $\frac{6}{12} \Lambda$ Com. dit. erfordert 37 Quinten + 6 große Terzen. Hiezu die 10 reinen Quinten, kommen 53 Operationen.

§. 7.

Eine vorhergehende Quinte $c:g$ um $\frac{1}{12}$ Com. dit. zu erhöhen, und die folgende $g:d$ um $\frac{1}{12}$ zu erniedrigen, um den Unterschied von einer um $\frac{1}{12}$ aufwärts, und einer um $\frac{1}{12}$ abwärts schwebenden Quinte zu hören. 1) Man stimme die Quinten cg und gd , und behalte die Töne c und d . 2) Man stimme die sieben Quinten plus eine große Terz $da, ae, eh, h fis, fis cis, cis gis, as es$ + $es g$. Es wird die Quinte $c:g$ $\frac{1}{12}$ aufwärts, und die Quinte $g:d$ $\frac{1}{12}$ abwärts schweben.

§. 8.

§. 8.

Die verschiednen absteigenden Quintenschwebungen von $\frac{1}{12}$ und $\frac{1}{12}^2$ Comm. dit. ungleichen von $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$ und $\frac{3}{12}$ nach einander hervorzubringen, um ihre Eigenschaften zu prüfen.

- 1) Man stimme die drey Quartan plus eine große Terz cf, fb, bes + esg. Die Quinte c : g wird um $\frac{1}{12}$ Δ schweben. Man trage den Ton g auf ein zweytes Griffbrett oder ein zweytes Register des Flügels.
- 2) Man stimme von dem vorigen es an, die vier Quartan es as, gis cis, cis fis, fis h weniger die große Terz h : g. Dieses zweyte g wird gegen den beständig bleibenden Grundton c um $\frac{1}{12}$ Δ schweben. Wenn man diese letzte Quintec : g von $\frac{1}{12}$ gegen die erste von $\frac{1}{12}$ verglichen hat, so kann der Ton g des zweyten Griffbretts in $\frac{1}{12}$ umgestimmt werden. Auf ähnliche Art stimmt man in der Folge jedesmal das vorhergehende g um.
- 3) Man stimme, von h an, die vier Quartan he, ea, ad, und dg. Es wird die Quinte c : g um $\frac{1}{12}^2$ oder um ein ganzes dissonisches Comma abwärts schweben.
- 4) Man stimme von g an die vier Quartan gc, cf, fb, bes und die beyden absteigenden großen Terzen dish, hg.

520 III. Gebrauch der Temperaturt.

Die Quinte $c:g$ wird um $\frac{2}{12}$ abwärts schweben.

5) Man stimme von es an die acht Quart:
ten es as, gis cis, cis fis, fis h, he, ea,
ad, dg und die drey absteigenden gro-
ßen Terzen ges, dis h, hg. Es wird
die Quinte $c:g$ um $\frac{3}{12}$ abwärts schweben.

Daß eine um $\frac{1}{12}$ oder gar $\frac{2}{12}$ Comm. dit. ernie-
drigte Quinte nicht mehr die Eigenschaft einer
Consonanz hat, ist schon längst bekannt; aber
nicht, daß diese Eigenschaft sich bereits nach dem
zweyten Zwölftheil Comm. dit. zu verliehren an-
fängt, und daß also eine um drey Zwölftheile
erniedrigte Quinte bereits eine dissonirende Quin-
te ist. Die Probe ist nach vorhergehender An-
weisung mit leichter Mühe zu machen.

IV. Ueber

IV.

Ueber die geometrischen Verhältnisse der vier und zwanzig musikalischen Intervalle.

§. I.

Es hat mir vor einiger Zeit ein Ungenannter über die Verhältnisse gewisser musikalischen Intervalle, so wie ich solche im IVten Abschnitt meines Versuch über die Temperatur angegeben, einige Anmerkungen gemacht. Ich habe daselbst den kleinern halben Ton $25:24$ in die beyden Vierteltheile $50:49$ und $49:48$ arithmetisch zerfällt, und mit Hülfe des letztern sowohl für die verminderte als übermäßige Terz, und umgekehrt für die übermäßige und verminderte Sexte, eine neue Ration ausgemittelt. Mein anonymischer Gegner giebet mir zwar zu, daß diese Rationen *) richtiger sind, als die man sonst diesen Intervallen zugeeignet hat, indem sie nicht wie die andern, auf eine verkehrte Art die verminderte Terz tiefer als die übermäßige Secunde, und wiederum die übermäßige Terz nicht höher als die verminderte Quinte machen.

El 5

Dessen

*) Es sind solche $288:245 = (6:5) - (49:48)$ für die verminderte Terz, und umgekehrt $245:144 = (5:3) + (49:48)$ für die übermäßige Sexte; ferner $245:192 = (6:5) - (49:48)$ für die übermäßige Terz, und umgekehrt $384:245 = (288:245) + (4:3)$ für die verminderte Sexte.

Dessen ungeachtet will derselbe die neuen Ratio-
 nen der verminderten und übermäßigen Terz
 nicht für ächte Rationen erkennen, und zwar
 deswegen weil sie durch Kunst erzwungen sind.
 „Denn, füget mein Gegner als seinen Beweis
 „hinzu, ob wir gleich die zwölf halben Töne un-
 „fers Systems nicht in ihren natürlichen Größ-
 „sen ausüben können, sondern temperiren müs-
 „sen; (die Temperatur sey übrigens wie sie wolle,)
 „so muß dennoch jedes der 24 Intervalle, wel-
 „che durch diese zwölf halbe Töne formiret wer-
 „den, sein eigenes natürliches Verhältniß
 „haben, welches man ohne Hülfe eines Mono-
 „chords, durch die Zusammensetzung einiger
 „wenigen Consonanzen auf dem Clavier entwi-
 „ckeln könne, um das Ohr über seine eigentliche
 „Beschaffenheit erkennen zu lassen. Wie soll
 „man es aber, ohne Zuziehung eines Mono-
 „chords, anfangen, die Rationen $288:245$
 „und $384:245$ zu beurtheilen? Was meinen
 „Ew. . . zu der Ration $32:27 = (6:5) -$
 „ $(81:80)$ für die verminderte Terz, welche
 „in der Umkehrung die übermäßige Sexte $27:16$
 „ $= (5:3) + (81:80)$ geben wird; und zur
 „Ration $81:64 = (5:4) + (81:80)$ für die
 „übermäßige Terz, welche in der Umkehrung
 die verminderte Sexte $128:81 = (8:5) -$
 $(81:80)$ hervorbringer?

§. 2.

„Es ist wahr, daß obschon die Ration
 „ $32:27 = (6:5) - (81:80)$ eine dissonirende
 „kleine

„kleine Terz, und $81:64 = (5:4) + (81:80)$
 „eine dissonirende große Terz hervorbringer, der
 „Grad der Dissonanz dennoch nicht stark genug
 „zu seyn scheint, um uns bey $32:27$ eine ver-
 „minderte, und bey $81:64$ eine übermäßige Terz
 „denken zu können. Denn wenn wir uns z. E.
 „die Töne c es in ihrem reinen Verhältniß $6:5$,
 „und c: cis in $25:24$ vorstellen, und c: cis von
 „c: es abziehen, so kommt die Ration $144:125$,
 „und es scheint, als ob diese Ration der ver-
 „minderten Terz gegeben werden müsse. Allein
 „wenn man bedenket, daß eine verminderte
 „Terz nicht so dissonirend seyn kann, als eine
 „Secunde, und daß die Ration $144:125$ ein
 „tieferes Intervall als die große Secunde c:d
 „hervorbringer, so siehet man sogleich, daß diese
 „Ration nicht der verminderten Terz zugeeig-
 „net werden könne, und daß man also eine an-
 „dere bequemere für dieses Intervall aufzusuchen
 „habe, wenn es annoch unter der Benennung
 „einer Terz ausgeübet werden soll. Eben so
 „verhält es sich mit der übermäßigen Terz. Denn
 „wenn sie aus $125:96 = (5:4) + (25:24)$
 „produciret werden sollte, so würde sie höher als
 „die verminderte Quarte seyn, und nicht mehr
 „die Eigenschaft einer Terz haben.“

§. 3.

„Zum Vortheil der von mir proponirten Ra-
 „tion $32:27$ für die verminderte Terz, und
 „ $81:64$ für die übermäßige Terz bemerke ich,
 „daß

524 IV. Ueber die geomet. Verhältnisse

„daß die erstere zwischen der reinen kleinen
 „Terz $6:5$ und der übermäßigen Secunde in
 „ $75:64$, und die letztere zwischen der reinen
 „großen Terz $5:4$ und der verminderten Quarte
 „ $32:25$ gerade mitten inne steht, wie durch
 „einen leichten Calcul gefunden werden kann.
 „Endlich sind die Rationen $32:27$ und $81:64$
 „reine geometrische, und keine aus der arithme-
 „tischen Theilung eines geometrischen Verhält-
 „nisses hervorgebrachte Rationen.“ (Das Schrei-
 ben ist datirt aus L. = .)

§. 4.

Ich glaube, daß mein ungenannter Gegner
 Recht hat, und weiß seinen Gründen nichts
 entgegen zu setzen. Ich adoptire von Stund an
 seine proponirte Verhältnisse, und werde meine
 Intervallentabelle darnach verbessern. Es wird
 derselbe aus diesem Verfahren ersehen, daß ich
 nicht zu derjenigen Classe von Menschen gehöre,
 die in allem Recht haben wollen. Ich wünsche
 mir nichts mehr als das Vergnügen, meinen
 Herrn Gegner näher kennen zu lernen. Uebri-
 gens kann ich nicht umhin, demselben zu be-
 merken, 1) daß ich im §. 51. Seite 46 meines
 Versuchs 2c. bereits selbst angezeigt habe, daß
 die Rationen $288:245$ und $245:192$ mehr
 von der Kunst als der Natur ihr Daseyn
 erhalten haben; und 2) daß ich im §. 42. Seite
 26 ebendesselben Werks, die Ungleichheiten der
 Rationen $144:125$ und $125:96$ ebenfalls gerü-
 get

get habe. Mit den Rationen 288:245 und 245:192 hat es übrigens die Bewandniß, als mit verschiedenen Rationen der alten griechischen Tetrachorde, z. E. mit den enharmonischen Verhältnissen 24:23, 39:38, 40:39, 46:45 und so weiter, oder mit den Rationen 7:5, 7:4 und 7:3, welche ebenfalls nicht ohne Hülfe eines Monochords beurtheilet, oder nicht durch drey oder vier kleine Operationen auf einem Clavier gefunden werden können. Ich erinnere mich aber zugleich, daß der berühmte Rousseau aus Genf, in seinem musikalischen Wörterbuch, unter dem Artikel *Quart-de-Ton* schreibt: „Nous n'avons ni dans l'oreille, ni dans les calculs harmoniques aucun principe qui nous puisse fournir l'intervalle exact d'un *Quart-de-Ton*; & quand on considere quelles opérations géométriques sont nécessaires pour le déterminer sur le Monocorde, on est bien tenté de soupçonner qu'on n'a peut-être jamais entonné & qu'on n'entonnera peut-être jamais de *Quart-de-Ton* juste, ni par la voix, ni sur aucun instrument.“ Das heißt mit Kenntniß der Sache geurtheilt, und es wird ein jeder Vernünftiger dem Herrn Rousseau Recht geben, überhaupt gesprochen.

§. 5.

Hier ist die versprochne, nach der Hypothese meines Herrn Gegners verbesserte, Verhältnistabelle der 24 musikalischen Intervalle. Der
Logar:

526 IV. Ueber die geomet. Verhältnisse

Logarith. von dem Grundton C ist = 5,3010300,
und dessen Werth 2000000

1) der Einfl. $c : c = 1 : 1$ Log. 5,3010300 — 5,3010300

2) die übermaß. Prime

$c : cis = 25 : 24$ " " 5,2833012

3) die kleine Secunde

$c : des = 16 : 15$ " " 5,2730013

4) die gr. Se in 10:9

unde $c : d$ in 9:8 " " 5,2552725

5) die überm. in 125:108

Sec. $c : dis$ in 75:64 " " 5,2375437

6) die verminderte

Terz $c : ^b es = 32 : 27$ " " 5,2272438

7) die kl. Terz $c : es = 6 : 5$ " " 5,2218488

8) die gr. Terz $c : e = 5 : 4$ " " 5,2041200

9) die überm. Terz

$c : eis = 81 : 64$ " " 5,1987250

10) die vermind. Quarte

$c : fes = 32 : 25$ " " 5,1938200

11) die vollkom. Quarte

$c : f = 4 : 3$ " " 5,1760913

12) die übermaß. Quarte

$c : fis = 25 : 18$ " " 5,1583625

13) die vermind. Quinte

$c : ges = 36 : 25$ " " 5,1426675

14) die vollkom. Quinte

$c : g = 3 : 2$ " " 5,1249388

15) die überm. Quinte

$c : gis = 25 : 16$ " " 5,1072100

16) die vermin. Sexte

$c : ^bas = 128 : 81$ " " 5,1023050

17) die kleine Sexte

$c : as = 8 : 5$ " " 5,0969100

18) die große Sexte

$c : a = 5 : 3$ " " 5,0791812

19) die überm. Sexte

$c : ais = 27 : 16$ " " 5,0737862

20)

Log. 5, 3010300 —

20) die verm. Septime	$c : b^b$	in 128: 75	=	=	5,0688813
		in 216: 125	=	=	5,0634863
21) die fl. Septime	$c : b$	in 16: 9	=	=	5,0511525
		in 9: 5	=	=	5,0457575
22) die gr. Septime	$c : h$	= 15: 8	=	=	5,0280287
23) die vermin. Octave	$c : ces$	= 48: 25	=	=	5,0177288
24) die vollf. Oct.	$c : \bar{c}$	= 2: 1	=	=	5,0000000

V.

Anleitung zu einer Methode, die Differenzen der diaton. chromat. und enharmonischen Intervalle, und die aus ihrer Verbindung mit den Intervallen entstehenden Hilfsintervalle der ungleichschwebenden Temperatur, ohne Zirkel und Maasstab auf dem Clavier zu finden.

1) Den kleinern und größern halben Ton, oder die übermäßige Prime 25:24 und die kleine Secunde 16:15 von einander zu unterscheiden. Man stimme auf dem einen Register die Quarte $c:f$ plus zwey große Terzen, und auf dem andern die Quarte $c:f$ minus eine große Terz. Die kommenden Intervalle werden seyn auf dem ersten Register der klein.

528 Methode die Differ. der Inteb. 1c.

nerer halbe Ton $c: cis = 25:24$, und auf dem andern der größere halbe Ton $c: des = 16:15$. Der Unterschied beträgt den Wehrt der Kleinern Diesis $128:125$. Um eben so viel als die übermäßige Prime und kleine Secunde von einander unterschieden sind, sind es auch ihre umgekehrte Replikten, die verminderte Octave $48:25$ und die große Septime $15:8$ unter sich.

2) Den Kleinern und größern ganzen Ton $10:9$ und $9:8$ von einander zu unterscheiden. Man stimme auf einem Register, von c an, zwey Quartan plus eine große Terz, und auf einem andern zwey Quinten. Auf dem ersten Register wird man den Kleinern, und auf dem letztern den größern ganzen Ton hören. Der Unterschied beträgt den Wehrt des syntonischen Commatis $81:80$. Die Octaven der Grundnoten c geben gegen die gefundenen d Töne auf dem ersten Register eine kleine Septime in $9:5$, und auf dem andern in $16:9$.

3) Die übermäßige Secunde $c: dis$ in $125:108$ von der in $75:64$ zu unterscheiden. Man stimme auf einem Register, von c an, drey Quartan plus drey große Terzen, und auf einem andern eine Quinte plus zwey große Terzen. Dort wird man die Ration $125:108$ und hier $75:64$ bekommen. Vermittelt der Octave der Grundtöne c erhält man auf dem ersten Register eine verminderte Septime in $216:125$, und auf dem andern in $128:75$. Der Unterschied ist das syntonische Comma $81:80$.

4) Die

4) Die übermäßige Secunde $c:dis = 125:108$ von der verminderten Terz $c:es = 32:27$ zu unterscheiden. Man stimme auf einem Register, von c an, drey Quarten plus drey große Terzen, und auf dem andern drey Quarten, um dort die übermäßige Secunde $c:dis$ und hier die verminderte Terz $c:es$ zu haben. Ihr Unterscheid ist die kleinere Diesis $128:125$. Die Octaven der Grundtöne c geben eine verminderte Septime $216:125$ und übermäßige Sexte $27:16$.

5) Die übermäßige Secunde $c:dis = 75:64$ von der verminderten Terz $c:es = 32:27$ zu unterscheiden. Man stimme auf einem Register, von c an, eine Quinte plus zwey große Terzen, und auf einem andern drey Quarten. Das erstere wird die übermäßige Secunde $75:64$ und das andere die verminderte Terz $32:27$ geben, und ihr Unterscheid das Diaschisma $2048:2025$ betragen. Vermittelt der Octaven der Grundtöne erhält man eine verminderte Septime $128:75$ und eine übermäßige Sexte $27:16$.

6) Die übermäßigen Secunden $c:dis = 125:108$ und $75:64$ von der kleinen Terz $c:es = 6:5$ zu unterscheiden. Die kleine Terz $c:es$ wird nach dem Gehöre gesucht, und wie die übermäßige Secunde gefunden wird, ist aus dem vorhergehenden bekannt. Der Unterscheid

530 V. Methode die Differ. der Interv. u.

der übermäßigen Secunde $c:dis = 125:108$ von der kleinen Terz $c:es = 6:5$ macht den Wehrt der größern Diesis $648:625$; und der Unterschied der übermäßigen Secunde $75:64$ von der kleinen Terz $6:5$ den Wehrt der kleinern Diesis $128:125$. Den Unterschied der verminderten Septime von der großen Sexte $5:3$ erhält man durch Hülfe der Octaven der Grundtöne c .

7) Die verminderte Terz $c:es = 32:27$ von der kleinen Terz $c:es = 6:5$ zu unterscheiden. Es ist aus dem vorhergehenden bekannt, wie die verminderte Terz gefunden wird, und die kleine erhält man nach dem Gehör. Ihr Unterschied beträgt das syntonische Comma $81:80$. Den nemlichen Unterschied der übermäßigen Sexte $27:26$ und der großen Sexte $5:3$ erhält man durch die Umkehrung.

8) Die übermäßige Terz $c:es = 81:64$ und verminderten Quarte $c:fes = 32:25$ von einander zu unterscheiden. Man stimme auf einem Register, von c an, vier Quinten, und auf einem andern zwey absteigende große Terzen, um dort eine übermäßige Terz $c:es$, und hier eine verminderte Quarte, deren Umkehrungen eine verminderte Sexte $128:81$ und übermäßige Quinte $25:16$ geben, zu erhalten. Der Unterschied der Intervalle beträgt den Wehrt des Diaschismatis $2048:2025$.

9) Die

9) Die übermäßige Quarte*) $c' : fis = 25 : 18$ von der verminderten Quinte $c : ges = 36 : 25$ zu unterscheiden. Man stimme auf dem einen Register von c an, zwey Quartan plus zwey große Terzen für die übermäßige Quarte, und auf dem andern zwey Quinten minus zwey große Terzen für die verminderte Quinte, welche letztere auch bloß durch zwey absteigende kleine Terzen zu erhalten ist. Der Unterschied der Intervalle beträgt den Wehrt der größern Diesis $648 : 625$. Wenn die Octaven der Grundtöne c zu Hülfe genommen werden, so bekommt man auf dem ersten Register eine verminderte Quinte $36 : 25$, und auf dem zweyten eine übermäßige Quarte $25 : 18$.

10) Das ditonische oder pythagorische Comma $531441 : 524288$ zu hören. Man stimme auf einem Register, von c an, sechs aufsteigende und auf einem andern sechs absteigende Quinten. Die Töne $fis : fis$, welche in einen Einklang zusammengehen sollten, werden das verlangte Comma geben.

11) Das Schisma $32805 : 32768$, welches ein Zwölftheil Commat. diton enthält,
Mm 2

*) Einigen Musikern zur Erinnerung. Nicht die verminderte Quinte, sondern die übermäßige Quarte, ob sie gleich beyde auf dem Clavier einerley Tasten haben, wird ein Tritonus genennet, weil man durch drey ganze Töne von dem Grundton zu ihr unmittelbar hinaufsteiget, zur verminderten Quinte aber durch einen halben, zwey ganze und einen halben Ton.

532 V. Methode die Differ. der Interv. &c.

hält, zu hören. Man stimme auf einem Register von c an sieben Quarten minus eine große Terz, und auf dem andern eine Quinte. Der Unterschied von dem einen kommenden G zum andern macht ein Schisma. Item, man stimme, von C an, auf dem einen Register sieben Quinten plus eine große Terz, und auf dem andern eine Quarte. Der Unterschied von dem einen kommenden F zum andern macht ein Schisma. Oder, man stimme, von C an, auf dem einen Register neun Quinten plus eine große Terz, und auf dem andern eine Quinte. Das kommende G des erstern wird von dem letztern um ein Schisma differiren. Item, man stimme von C an, auf dem einen Register neun Quarten minus eine große Terz, und auf dem andern eine Quarte. Das kommende F des einen Registers wird von dem des andern um ein Schisma unterschieden seyn.

12) Das kleine Limma $135 : 128 = (25 : 24) + (81 : 80)$ zu finden. Man stimme drey Quinten plus eine große Terz.

13) Den halben Ton $256 : 243 = (25 : 24) + (2048 : 2025)$ zu finden. Man stimme fünf Quarten.

14) Den halben Ton $2187 : 2048 = (25 : 24) + (81^2 : 80^2)$ zu finden. Man stimme sieben Quinten.

15) Das große Limma $27 : 25 = (16 : 15) + (81 : 80)$ zu finden. Man stimme drey Quinten minus zwey große Terzen.

16) Den halben Ton $2187:2000 = (27:25) + (128:125)$ zu finden. Man stimme sieben Quinten minus drey große Terzen.

17) Den halben Ton $2048:1875 = (16:15) + (128:125)$ zu finden. Man stimme eine Quarte minus vier große Terzen.

18) Den ganzen Ton $256:225 = (9:8) + (2048:2025)$ oder $= (10:9) + (128:125)$ zu finden. Man stimme zwey Quartan minus zwey große Terzen.

19) Den ganzen Ton $4096:3645 = (10:9) + (2048:2025)$ zu finden. Man stimme sechs Quartan minus eine große Terz.

20) Den ganzen Ton $144:125 = (9:8) + (128:125)$ zu finden. Man stimme zwey Quinten minus drey große Terzen.

21) Den ganzen Ton $1125:1024 = (9:8) - (128:125)$ zu finden. Man stimme zwey Quinten plus drey große Terzen.

22) Den ganzen Ton $729:640 = (9:8) + (81:80)$ zu finden. Man stimme sechs Quinten minus eine große Terz.

23) Die kleine Terz $1215:1024 = (6:5) - (2048:2025)$ zu finden. Man stimme fünf Quinten plus eine große Terz.

24) Die kleine Terz $243:200 = (6:5) + (81:80)$ zu finden. Man stimme fünf Quinten minus zwey große Terzen.

25) Die große Terz $512:405 = (5:4) + (2048:2025)$ zu finden. Man stimme vier Quartan minus eine große Terz.

26) Die große Terz $100:81 = (5:4) - (81:80)$ zu finden. Man stimme vier Quarten plus zwey große Terzen.

27 Die Quinte $40:27 = (3:2) - (81:80)$ zu finden. Man stimme drey Quarten plus eine große Terz.

28) Die Quinte $243:160 = (3:2) + (81:80)$ zu finden. Man stimme fünf Quinten minus eine große Terz.

Und so weiter.

Die Generalregel, um die erforderliche Art und Anzahl der zusammenzusetzenden Consonanzen zu finden, ist, daß man das aufgegebene Verhältniß in die logarithmische Regel de tri setzet, und den kommenden Logarithmen in den Temperaturtabellen suchet. Zum Exempel, um die Quinte $243:160 = (3:2) + (81:80)$ zu finden, setzet man:

$$160 = \text{Log. } 2, 2041200$$

$$\text{Grundton C} = \text{Log. } 5, 3010300$$

$$7, 5051500$$

$$243 = \text{Log. } 2, 3856063$$

$$5, 1195433 = G \frac{11}{12} V, \text{ aus fünf Quinten minus eine große Terz.}$$

Regi-



Register.

A.

A ccorde in der Musik, ihre Erfindung.	152
Man sehe Dreyklang.	
— — unterschobne Accorde	171
— — Umkehrung der Accorde	155
— — Ordnung und Entstehung der Accorde	187
A esopus, ein Comödiant, hinterläßt ein Vermögen von fünf Millionen Franken	53, 54
A gricola (Martinus,) einige musikalische Werke von ihm	125, 126 sqq 229 sqq.
A hle (Joh. Georg,)	356
A lbrechts musikal. Aufmunterung für die Anfänger des Claviers	249
A llerley, musikalisches,	251
A retinus (Guido)	364
A usüber der Musik, ein guter, ob er gleich nicht componirt	13
— — eine schlechte Musik, welche gut vorge- tragen wird, hat mehr Gewalt über uns, als eine gute, welche schlecht vorgetragen wird	13

B.

B acchylus und Phylades, ihr Wettstreit in pantomimischen Vorstellungen	71, 72
B atteux, was für eine Handlung zur Oper derselbe vorschlägt	3
M m 4	Begeis

Register.

- Begeisterung**, welchen Zustand der Seele man so nennet 35, 36 sqq.
Belohnung, starke Belohnungen einiger Schauspieler 53, 54
Bonifacio (Giovanni) hat ein Buch geschrieben über die Kunst, sich durch Zeichen auszudrücken 84

C.

- Capriccios**, durch gute Capriccios werden Verwunderung und Neubegierde erregt 28
Choralgesang, wann selbiger entstanden ist 357
 — — seine Beschreibung 359
Comödianten waren in Griechenland Personen von Wichtigkeit 59
Componisten, viele gute Componisten selten so glücklich in ihren Umständen, als viele schlechte Sänger und Sängerinnen 17
Corneille gieng zu Fuß, und wurde von einem in seiner Carosse ausgestreckt liegenden Comödianten mit Roth besprühet 17

D.

- Declamation**, Betrachtungen über die Vortheile und Unbequemlichkeiten der componirten Declamation der Alten 327
Diaphonie 364
Dissonanz, hat vor alten Zeiten eine andere Bedeutung als ißo gehabt 366
Dreyklang, der harmonische, wie uns die Natur den harten und weichen Dreyklang giebet. 144. Man sehe Accord.
Dreyklänge, werden unterschieden 161 sq.

E.

- Erfinden** in den Künsten, was es ist 24
Eifersucht in der Musik, vermöge welcher unsere Virtuosen es nicht leiden, daß man auch andere in ihrer Gegenwart lobet 19
 Sign

Register.

S.

Figuralmusik
Francone

369
363, 372

G.

- Gebährdenkunst der Alten ist vortreflich gewesen 45, 46 sq.
Genie, was es ist 24. 25
Genie und Geschmack, Verwechslung dieser Wörter 29
— — das allerfruchtbarste hat glückliche und weniger glückliche Augenblicke 34, 35
Geschmack wird mit Genie verwechselt 29
Goldast, dessen Nachricht von der neuen Musikart 376
la Grille, Erfinder der Puppenoper 51
Grauns Tod Jesu 247
Grundaccord, ihre Form, 153, wird beschrieben 155
Halber Ton, ein gleichschwebender der um ein $\frac{1}{8}$ Commat. dit. vermehret wird 496 sq.
— — der um ein $\frac{1}{24}$ Comm. dit. vermehret wird 495

J.

- Intervalle, über die geometrischen Verhältnisse derselben. 521
— — die Differenzen der Intervalle zc. ohne Zirkel und Maasstab auf dem Claviere zu finden 527
Intervalle der Musik, wie solche entstehen 145
— — wodurch das eine Intervall vor dem andern einen Rang bekommt 149
Johannes (der XXII. Pabst,) seine Erinnerungen wegen der neuen Musikart 370
— — Sarisberiensis 396
Profesen, Anmerkungen über drey Lieder der Profesen 341

Register.

K.

- Kirnberger** 499, 511
Kritik der Musik, soll nicht bey der Harmonie stehen bleiben 12
— — die musikalische, soll nicht alles ohne Unterscheid tadeln 15
— — besteht sowohl in der Aufdeckung der Vollkommenheiten schöner Werke, als in Aufsuchung der Unvollkommenheiten 15, 16
Kritische Briefe über die Tonkunst 221, 347
Künste, die unterscheidenden Kennzeichen der vornehmsten Künste 39
— — Unterscheid der mechanischen von den schönen 22
— — wie die Künste entstanden sind 22, 23
— — müssen nicht allein in der Wahl der Bilder, sondern auch im Colorit einen klugen Unterscheid machen 40
Kunsttrichter, soll ohne Ansehen der Person loben oder tadeln. 18
— — ein Sonderling, welcher entweder niemals mit andern Zuhörern zugleich, oder nur ganz allein applaudiret 18, 19

L.

- Lamberts Gedanken über die musikalische Temperatur** 417
Lully, von einer gewissen Art seiner Chöre 48, 49

M.

- Mahlerkunst**, was sie ist 27
Marchetto von Padua 363, 373
Marionettenspiel 51, man sehe **Puppenoper**.
Martini (Pater) 363, 369
Melodien, gezierte, zu künstliche 12
Mensuralgesang 357, ist zweyerley, alt oder neu 360
Moliere, was er that als er den Misanthropen schildern wollte 30
Moses

Register.

Moses Mendelsohn, seine Anleitung zur Construction einer gleichschwebenden Temperatur 95 sq.
Mühlhausen, von dem Zustande der Kirchenmusik daselbst 381

Muria (Johannes) 373

Musik, was sie seyn soll 27, 28, 29 sq.

— — das wahre in der Musik ist noch nicht ganz verlohren 19

— — besser in vielen Gelegenheiten mit einer mittelmäßigen Musik zufrieden zu seyn, als gar keine zu haben, 16, 17

Musikalische Stücke, welche man allezeit mit neuem Vergnügen höret. 12

Musiker, manchem fehlt es an Genie und Wissenschaft, manchem bloß an Gelegenheit sich zu zeigen 18

— — wie bey ihnen das Herz vom Verstand zu unterscheiden ist 16

— — ohne gute Musikalien und Instrumente 9

N.

Nachahmung der Natur in der Musik 1

— — die Schilderung gewisser physikalischen Gegenstände gehöret unter die Nachahmungen vom geringsten Grad 33

Nachahmen, was man so nennet 25, 26

Natur, was man darunter versteht 25, 26

Notencopisten 8

Noten, die Kunst Noten recht zu lesen ist von der Kunst Noten zu lesen unterschieden 5

O.

Ordencomposition 350 sq.

Opern, dritte Fortsetzung des Verzeichnisses deutscher Opern 310 sq.

— — vierte Fortsetzung 409

P.

Pantomimen der Alten, 65 sq.

Pup.

Register.

Puppenoper , ist im Jahre 1674 von einem Schauspieler, Namens la Grille erfunden worden	51
Pylades und Bathyllus , ihr Wettseifer in pan- tomimischen Vorstellungen	71, 72
Q.	
Quartseptenaccord	157
R.	
Rameau	132
Rammner , dessen Zusätze zu Batteux Einlei- tung in die schönen Wissenschaften, auf die Musik angewendet	20 sqq.
Rationen der Intervalle , wie solche gefunden werden	146 sqq.
Riedt hat den Rang der Intervalle zu allererst bestimmt	149
Ripienisten sollen sich in den Geist eines jeden Tonkünstlers versetzen	13
Rolle , Musikdirector in Magdeburg, ein Glück- wünschungsschreiben an denselben vom Pro- fessor Reichard	121 sqq.
Roscus , ein Comödiant, welcher eine jährliche Besoldung von 100000 Franken gehabt	54
S.	
Saltation in den Chören der Alten	45, 46
Septimenaccorde	163
Sextquartenaccord	157
Sieben , Gedanken über die Zahl 7,	497 sqq.
Singmelodie , in Ansehung des Nachdrucks und der Deutlichkeit betrachtet	10, 11
Sorgens Anleitung zum Generalbaß etc. mit An- merkungen von Marpurgen	100 sqq.
Sprüche , welche zu sonderbaren Erfindungen in der Musik Anlaß geben	10
Steffani Schreiben von der Gewißheit der Musik	248
	Stimm

Register.

Stimme , was die alten großen Schauspieler gethan um solche zu erhalten	60, 61
Substitution , harmonische	183, 218
System , was ein System der Harmonie ist	131 sqq.

T.

Temperatur , drey ungleichschwebende	507
— — verschiedene andere ungleichschwebende Temperaturen findet man in Lamberts Ge- danken 2c.	417 sqq.
Temperaturtabellen	451 sqq.
— — deren Gebrauch	501 sqq.
Temperatur , eine vollkommen gleichschweben- de Temperatur durch die Construction zu fin- den	95 sqq.
Theatralische Vorstellungen der Alten, wenn sie aufgehöret haben	92, 93 sqq.
Theatralische Stücke , in welchen ein Schau- spieler recitiret, mittlerweile ein anderer die Gebährden dazu machet	50, 51 sqq.
Töne , sprechende Töne	286
Tonkünstler , siehe Musiker.	
Tonstück , dasjenige ist nicht allezeit das beste, das aus lauter ausgesuchten und weitherge- hohlten Gängen besteht	14
— — ein jedes Tonstück soll eine oder meh- rere Gedanken haben, die schon bekannt sind	34
Tonverhältnisse , wie solche gefunden wer- den	146 sqq.
Treffer in der Musik, ist nicht allezeit der beste Ausüßer	13

U. V.

Umkehrung der Accorde	155
Verhältnisse der Töne, siehe Rationen.	
Viertheilton , einen gleichschwebenden Vier- theilton durch Zusammensetzung der Conso- nanzen zu finden	494 sq. Vier

Register.

Viertheilton, eine Tonleiter von 24 gleich schwebenden Viertheiltönen durch Zusammensetzung der Consonanzen zu finden	504 sqq.
Vortrag in der Musik, am unrechten Ort zu geschmückt	7
— — der Worte, wo sich die Kunst desselben äußert	II
— — Gewalt des guten musikalischen Vortrages	14
3.	
Zacharia Sammlung einiger musikalischen Versuche	246
Zarlino hat die Terzen und Sexten zu allererst für Consonanzen erklärt	367
Zauberer, musikalischer	7

Druckfehler.

Seite 448, Lin. 23 und 24. Es ist in eben derselben Temperatur die Quinte E H zweymal aufgeführt worden, einmal rein, und das anderemal um $\frac{1}{12}$ Commat, d. h. erniedriget. Das letzte ist wahr, und das erste falsch. Man beliebe also unter den neun reinen Quinten die Quinte E H wegzustreichen, und dafür die ausgelassne Quinte Cis Gis zu substituiren. Alsdenn werden die neun reinen Quinten seyn G D, D A, A E; H Fis, Fis Cis, Cis Gis; Es B, B F und F C. Von den großen Terzen schweben um $\frac{1}{12}$ V As C, H Dis, Fis Ais und Cis Eis; alle übrige acht jede um $\frac{10}{12}$ V. Von den kleinen Terzen schweben um $\frac{1}{12}$ A Dis Fis, B Des und F As; um $\frac{11}{12}$ A C Es, E G und Gis H; alle übrige sechs jede um $\frac{10}{12}$ A.
