

A R T I S
M A G N A E
C O N S O N I,
E T
D I S S O N I
L I B E R T E R T I V S
A R I T H M E T I C V S.

De Harmonicorum Numerorum Doctrina.

P R A E F A T I O.

CUM singula corpora harmonicè percussa differentes sonos nunc consonos, modo dissonos, iam ex utrisque mixtos, habere experientia doceat. Quenamhuius aut dissonantiae, aut consonantiae causa sit, hoc libro demonstrandum duximus. Quoniam verò tota vis huius rei in numerorum aliter atque aliter ad inuicem comparatorum naturà consistit; primò Arithmetica harmonica præmittere visum est; ut causam ordinis rerum, & harmoniae totius maiori ordine, & ab omni confusione, & aetatis matre, semoti, tam concinnum obiectum, Musurgiam inquam nostram, prosequamur; quod tum ordinatissimè futurum spero, ubi priùs Definitiones, Axiomata, Postulata, ad hanc artem spectantia, atque adeò ad eandem maiori euentià demonstrandam, & quælibet præmiserimus.

Definitiones in Musica.

- 1 UNISONVS, *sive ἰσωνία idem in Musica est, quod monas sive unitas in Arithmetica, in Geometria punctum, in circulo centrum, omnis intensio, & remissionis incapax.*
- 2 INTERVALLVM *est mutua quaedam soni grauis acutique spaciorum habitudo, vel soni acuti grauisque διαστημα sive distantia.*
- 3 SPACIVM HARMONICVM *vocamus neruum, chordam, lignum, fistulam, expiratum aerem, & si quid aliud est, à quo sonum elicimus ad alterum simile corpus tensus aut remissus comparatum.*
- 4 INTERVALLVM MULTIPLEX *est, cum maius spacium continet minus pluries; cuiusmodi est duplum, triplum, quadruplum.*
- 5 PARS HARMONICA *est, quae metitur totum ipsum aliquoties sumpta.*
- 6 INTERVALLVM SUPERPARTIENS *est, cum maius spacium continet minus, & minoris adhuc aliquotas partes.*
- 7 INTERVALLVM SUPERPARTICVLARE *est; cum maius continet minus, & partem eius aliquantam.*
- 8 SONVS ACVTVS *est coarctati aeris ex collisione corporum frequens, & celerissima vibratio.*
- 9 SONVS GRAVIS *est laxi aeris ex collisione corporum tarda, & lenta vibratio.*
- 10 PHTHONGVS *est vocis casus φωνή, id est sonus aptus voci in unam intensionem.*
- 11 CONSONANTIA *est soni acuti grauisque mistura suauiter vni formiterque auribus accidens.*
- 12 DISSONANTIA *est duorum sonorum difficulter se miscantium ad aures perueniens aspera iniucundaque percussio.*

Axiomata, & Postulata in Musica.

- 1 *Quicquid metitur alterum, metitur & mensuratum ab illo.*
- 2 *Compositum harmonicum in eare soluitur simplicia, ex quibus componitur.*
- 3 *Cuiuslibet numeri pars, est unitas ab eo denominata.*
- 4 *Unitas in quemcumque numerum ducta, ipsum producit.*
- 5 *Quicquid metitur detractum unà cum residuo, metitur & totum.*
- 6 *Quaecumque vni & eidem sunt aequalia, ea & inter se sunt aequalia.*
- 7 *Quicquid bis autem aliquid transcendit, id ultra dimidium illius esse necesse est.*
- 8 *Eorum quorum tota sunt aequalia, & dimidia quoque aequalia erunt.*
- 9 *Quicquid duplicatum non implet integrum, id non continet quoque dimidium.*
- 10 *Omne totum maius est sua parte.*
- 11 *Data equali chorda, quae spacij ad spacium proportio est, ea soni ad sonum.*
- 12 *Inter numeros harmonicos sola unitate distantes nullum intercipitur medium.*
- 13 *Spacium quodlibet in quotlibet partes aequales diuidere.*
- 14 *Totum harmonicum ad suam partem, vti & laxum ad tensum grauiorem sonum edere.*
- 15 *Omnis proportio est, ut numerus ad numerum.*
- 16 *Partem ad totum acutiorem sonum edere.*
- 17 *Additione motuum ex grauitate acumen intendi, detractioe ex acumine minui.*
- 18 *Vt magnitudo ad magnitudinem in simili materia, ita sonus ad sonum.*
- 19 *Ex pluribus motibus acutum sonum quam grauem constare.*
- 20 *Tonus in duo semitonia aequalia harmonicè diuidi nequit.*

CAPITULUM VI.

De Proportionibus earumque definitione,
& diuisione.

VT vis, & natura Musicæ exactiùs peruideatur, ordo postulare videtur, vt primo loco de numerorum *λογος* seu ratione, & analogiâ dicamus. Euclides itaque in Definitionibus libri V. Rationem sic definit. *Ratio* (seu quod idem est Proportio) *est duarum quantecumque sint eiusdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.* Atque vt iam, vitandæ prolixitatis gratia varijs quantitatum diuisionibus omissis, de solis numerorum Rationibus agamus, primò definitionem ponimus Rationis. vt sequitur. *Ratio est duorum numerorum alterius ad alterum certa habitudo seu comparatio;* hoc est: quilibet numerus cum alio comparari potest, eique vel æqualis, vel inæqualis deprehenditur. Si æqualis est, vt 4 ad 4 Ratio vocabitur æqualitatis, quam, vtpote ineptâ ad musicam, repudiamus. Si verò ei fuerit inæqualis; Ratio dicetur inæqualitatis, cuius generis duæ numerantur species, nempe ratio maioris inæqualitatis, & ratio minoris inæqualitatis; vtramque hîc explicandam duximus.

Numerus qui ad alium comparatur, vocatur antecedens, alter verò ad quem fit collatio, consequens. Si itaque antecedens maior sit, comparatio seu ratio illa Maioris inæqualitatis vocabitur. vt 6 ad 3 Si verò antecedens minus fuerit consequente, Minoris inæqualitatis ratio erit, vt 3 ad 6 & huic semper præponunt præpositionem (sub) ita vt hæc duæ proportiones maioris & minoris inæqualitatis, sic exprimantur: 6 ad 3 est dupla; at 3 ad 6, subdupla. Porro quinque sunt species Rationis maioris inæqualitatis, vt sequitur.

Quarum rursum	}	Tres sunt simplices	}	1 Multiplex.
				2 Superparticularis.
				3 Superpartiens.
				4 Multiplex superparticularis.
				5 Multiplex superpartiens.
		}	Dux ex superioribus compositæ	

Multiplex est, quando antecedens ipsum consequens aliquoties seu ampliùs quàm, semel exactè continet, hoc est, quando antecedens à consequente ita numeratur, seu ita diuiditur, vt nihil supersit. vt 4 ad 2 ratio dupla est, & 9 ad 3 tripla, & similes aliæ innumeræ; nam species huius proportionis finitæ in infinitum dari possunt, quarum tamen omnium minima, est dupla, maxima verò assignari non potest, cum nulla ratio ita magna sit, cui maior dari non possit, vt in hac naturali numerorum serie patet 1 2 3 4 5 6 7 8 9 in quâ secundus ad primum est duplus, tertius ad primum triplus, quartus quadruplus, & sic infinitum.

Superparticularis ratio est, quando antecedens superat ipsum consequens vnitatem tantum, vt 3 ad 2 rationem habet sesquialteram, quia 3 numerum 2 semel & dimidiũ eius continet. Item 4 ad 3 rationem obtinent sesquitertiam, nam 4 numerum 3 semel continet, & insuper adhuc eius partem tertiam; Harum rationum omnium maximæ sunt, sesquialtera, & sesquitertia, minimæ vtpote in infinitum diminuibiles verbis vti non exprimi, ita nec animo concipi possunt. Est autem sesquialtera vel sesquitertia contraria duplæ, hæc enim minima in infinitum crescens protenditur, illæ maximæ in infinitum descrescentes protenduntur.

Superpartiens Ratio est cum antecedens suum consequens, semel & insuper eius non vnâ, sed aliquot partes adhuc continet; vt 5 ad 3 rationem habet superbipartientem tertias; quæ habetur, si maiorem terminum per minorem diuidas; 3 enim in 5 semel con-

continetur, & relinquuntur $1\frac{2}{3}$ numerus rationis superbipartientis tertias. Habetque species profus infinitas. Si enim maiorem continet semel, & adhuc duas tertias vocabitur proportio superbipartientis tertias, si in super adhuc habuerit duas quartas, aut quintas, sextas, septimas, octavas, vocabitur proportio superbipartientis quartas, quintas, sextas, septimas, octavas &c. Iterum si maior continuerit minorem semel, & adhuc tres, quatuor, quinque, sex, septimas, octavas, nonas &c. vocabitur proportio supertripartientis, superquadripartientis, superquintupartientis, supersextupartientis septimas, octavas, nonas, & sic in infinitum, vt in exemplo.

I. Exemplum multiplicium.

Dupli.				
1	2	3	4	5
2	4	6	8	10
Tripli.				
1	2	3	4	5
3	6	9	12	15
Quadrupli.				
1	2	3	4	5
4	8	12	16	20

II. Exemplum Superpartientium.

3	5	Superbipartientis tertias.
4	7	Supertripartientis quartas.
5	9	Superquadripartientis quintas.
6	11	Superquintupartientis sextas.
7	13	Supersextupartientis septimas.
8	15	Superseptupartientis octavas.
9	17	Superoctupartientis nonas.

III. Exemplum superparticularium.

Sesquialteri.	Sesquitertij.	Sesquiquarti.
3 6 9 12 15 18	4 8 12 16 20 24	5 10 15 20 25 30
2 4 6 8 10 12	3 6 9 12 15 18	4 8 12 16 20 24

Porro proportio multiplex superparticularis est quando maior minorem aliquoties continet, & adhuc eius partem aliquotam, vt 9 ad 4 continet enim 9 quatuor bis, & adhuc vnam quartam minoris numeri siue quaternarij, estque composita ex multiplici, & superparticulari, continet autem, & hæc proportio infinitas species, tam ex parte multiplicis, quam ex parte superparticulari. Exemplum sequitur.

I. Exemplum.

Multiplicium superparticularium.

2	3	4	5	6	7	
Dupli	5	7	9	11	13	15
Tripli	7	10	13	16	19	22
Quadrupli	9	13	17	21	25	29
Quintupli	11	16	21	26	31	36
Sextupli	13	19	25	31	37	43
		sesquialteri.	sesquitertij.	sesquiquarti.	sesquiquinti.	sesquiseptimi.

II. Exemplum.

Multiplicium superpartientium.

TERMINI.

I II III VI

Dupli				
Superbipartientes 3	3	6	9	12
	8	16	24	32
Dupli				
Supertripartientes 4	4	8	12	16
	11	22	33	44
Dupli				
Superquadripartientes 5	5	10	15	20
	14	28	42	56
Tripli				
Superbipartientes 3	3	6	9	12
	11	22	33	44
Tripli				
Supertripartientes 4	4	8	12	16
	15	20	45	60

Aduerte primum exemplum hæc ratione esse intelligendum. In quavis columna numerus in capite positus respectu numerorum in eadem columna positorum semper suam denominationem multiplicem accipit secundum voces ad latus sinistrum ordine positas; denominationem vero superparticulariam sumit a voce infra scripta, & respondenti eidem columnæ &c. vt v. g. in prima colum. 2 ad 5 habet proportionem duplam sesquialteram, ad 7. vero, triplam sesquialteram ad 9. habet quadruplam sesquialteram, &c. Similiter in secunda columna 3 ad 7 habet proportionem duplam sesquiterciam, ad 10. habet triplam sesquiterciam, & sic de cæteris.

Proportio denique multiplex superpartiens est numerus, qui ad alium comparatus continet ipsum plusquam semel, & eius adhuc aliquas partes aliquotas; potestque contingere infinitis modis. Si enim vnus numerus continet alium plusquam semel scilicet bis, & eius adhuc duas tertias partes, dicitur dupla superbipartiens tertias, vt in secundo exemplo patet, &c. Ex quibus exemplis ni fallor satis superque patet, proportionum quarumcumque generis; Verum ne vlla amplius Tyronibus difficultas superesse possit, hic singularum ortum per Paradigmata seorsim exhibebimus.

Propositio I.

Proportionem multiplicem reperire.

Multiplicentur, inuentis prius minimis terminis proportionis, vterque terminus per 2 & habebis secundam proportionem; si triplicetur, habebis tertiam; si quadruplicetur, habebis quartam, & sic in infinitum; sit v.g. 1 ad 2. subdupla proportio protendenda; multiplicabuntur termini, per binarium & habebis 2. 4 secundum terminum duplæ proportionis; Si hosce iterum triples, habebis tertium terminum duplæ proportionis 3 & 6 & sic in infinitum. Si verò primi termini omniumque minimi fuerint in tripla proportione, vt 3 ad 1 singuli termini per 3 multiplicati, dabunt reliquas ordine triplas proportiones in infinitum. Idem dicendum de reliquis in infinitum crescentibus multiplicibus proportionibus.

Omnes dupli.	Omnes Tripli.	Omnes quadrupli.	Quintupli.
1 2 3 4 5 6 2 4 6 8 10 12	1 2 3 4 5 3 6 9 12 15	4 8 12 16 1 2 3 4	5 10 15 20 25 1 2 3 4 5

Propositio II.

Inuenire, & multiplicare proportionem superparticularem.

Accipe numerum, qui partem aliquotam in proportione expressam denominat, alter enim numerus proximè maior, qui videlicet eum vnitatem superat, ad eum comparatus, dabit primam proportionem superparticularem, ita vt in minoribus ea numeris explicari non possit; hi termini si duplentur, vel per quamcumque proportionem multiplicentur, producentur necessariò eiusdem proportionis numeri. Exempli gratià sit proposita multiplicanda, & infinitum protendenda proportio superparticularis sesquitertia; eritque primus terminus denominatus in proportione 3r & sequens immediatè numerus 4 erit maior terminus proportionis sesquitertiæ quæsitæ, in numeris 3 & 4 quæ minoribus terminis exprimi nequit. Hanc igitur proportionem si per 2 multiples prodibit secunda proportio, quam si iterum triples produces proportionem tertiam, & sic in infinitum. Non secus sesquiquartam, sesquiquintam, sesquisextam aliaque infinitas augmentabis.

Omnes sesquialteri.	Omnes sesquitertij.	Omnes sesquiquarti.
I II III IV V VI	I II III IV V VI	I II III IV V VI
3 6 9 12 15 18 2 4 6 8 10 12	4 8 12 16 20 24 3 6 9 12 15 18	5 10 15 20 25 30 4 8 12 16 20 24

Propositio III.

Continuare superpartientem proportionem.

Datus numerus (tot unitatibus maior denominatore partium aliquotarum, quæ in proportione nominantur, quot partes in eadem proportione exprimentur) dabit primam proportionem superpartientem propositæ speciei ad numerum eandem, partes denominantem, qui duo numeri duplicati, triplicati, aut per quemuis alium numerum multiplicati dabunt secundam, tertiam proportionem, & sic consequenter, v.g. Si quis continue desideret proportionem superbipartientem tertias, habemus hic duo in proportione nota primum est vox BI alterum est (tertias .) Huic igitur ternario numero addemus duo & prouenient 5: dico 5 ad 3 esse proportionem superbipartientem tertias quæsitam, & quidem in minimis terminis expressam; hoc si duplices, prodibit secunda huius speciei proportio; si eos triplices producetur tertia proportio, & sic de coeteris, vt sequitur.

Superbipartientes tertias. Supertripartientes quartas. Superquadrupartientes quintas.

5	10	15	20	25	30	7	14	21	28	35	42	9	18	27	36	45	54
3	6	9	12	15	18	4	8	12	16	20	24	5	10	15	20	25	30

Propositio IV.

Proportionem multiplicem superparticularem reperire.

SI dominatorem partis aliquotæ per denominatorem multiplicis multiplicemus, productoque addamus unitatem, habebimus primam propositæ speciei proportionem; Vt si inuenire velimus omnes numeros proportionis sextuplæ, sesquionæ, ducemus 9 denominatorem partis nonæ in 6 denominatorem multiplicis proportionis, productoque numero 54 addemus 1 conflatuque numerus 55 ad 9 denominatorem partis nonæ expressè dabit primam proportionem sextuplam, sesquionam, minimis terminis expressam; quam si duplemus dabunt 110 & 18 secundam propositæ speciei proportionem, & sic in infinitum eos multiplicando semper huius speciei producetur proportio. Ita si duplam sesquialteram desideres, ducantur 2, quam sesquialtera patefacit, in 2 quam multiplex videlicet denotat, producenturque addita unitate 5. Quinq. igitur ad 2 prima est huius speciei proportio minimis terminis expressa, quam si duples, prodibit 10 & 4 secunda proportio, & sic per quemuis numerum multiplicando minimos hosce terminos semper eiusdem speciei proportionem produces.

Proportiones duplæ sesquialteræ.

5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24

Proportiones triplæ sesquiseptimæ.

22	44	66	88	110	132	154	176	198
7	14	21	28	35	42	49	56	63

Propositio V.

Proportiones multiplices superpartientes inuenire.

D Enominator partium aliquotarum propositarum per denominatorem proportionis multiplicis propositæ multiplicetur, productoque numero addatur numerus partium ad eandem partium aliquotarum denominatorem & habebis primam proportionem earum, quæ inuestigantur, v. g. si querantur omnes proportionēs quadruplæ superoctupartientes vndecimas, duces denominatorē partiū vndecimarū sc. 11 in 4 denominatorem proportionis quadruplæ, numeroque producto 44 adijciemus 8 numerum 8 octupartientē. Nā conflatus numerus 52 ad 11 denominatorē partium, habet primam proportionem quaesitam; qui duplicati dabit 104, ad 22 secundam proportionem vsque in infinitum, vt patet in exemplo.

I. Exemplum.

Proportiones quadruplæ superoctupartientes vndecimas.

52	104	156	208	250	312
11	22	33	44	55	66

II. Exemplum.

Proportiones duplæ superbipartientes tertias.

8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39

CAPVT II.

De proportionalitatibus.

A Nalogia siue proportionalitates ab Euclide definitæ in plura genera diuiduntur; quarum præcipuæ tamen, quas medietates Arithmetici vocant, tres sunt, Arithmetica, Geometrica, Harmonica; & quamuis de vltimâ hoc est tertiâ potissimum nobis hîc agendum sit, vt tamen differentia, quâ illa à præcedentibus duabus distinguitur, cognoscatur, de singulis hoc loco breuiter tractandum duximus.

Proportio
nalitas Ari
thmetica
quid?

ARITMETICA igitur *ἀναλογία* seu proportionalitas siue medietas est, quando tres vel plures numeri per eandem differentiam progrediuntur, vt hi numeri 4 | 7 | 10 | 13 | 16 | quorum quilibet suum antecedentem ternario superat, dicuntur constituere proportionalitatem arithmeticam. Est autem duplex, Continua & Discreta: Continua est quando in progressionē numerorum nulla fit interruptio, sed quilibet cum proximè antecedente confertur, vt fit in paullo antè dato exemplo. Discreta autem est, quando in numerorum progressionē interruptio fit, ita vt bini tantum inter se conferantur

non

non autem quilibet cum proximè præcedente, vt in his numeris contingit 4.7, 8.11, 30.33 nam eadem est differentia inter binos 4.7 & 8.11 & 30.33 non autem inter 4.7 & 7.8 &c.

GEOMETRICA. proportionalitas siue Medietas est, quādo tres, vel plures numeri eandem proportionem habent, atque hæc propriè proportionalitas, siue analogia dicitur, supradicta verò impropriè, cū non sit eadem semper inter earum terminos proportio, ita vt rectiùs Medietates dicantur propter medios terminos, qui certà quadam ratione inter extremos interijciuntur, vt hi numeri 2.4.8.16. quoniam quilibet ad suam antecedentem eandem habet proportionem duplam, constituunt proportionalitatem geometricam. Estque duplex etiam Continua scilicet & discreta; Continua cernitur in iam allatis numeris; Discreta autem in hisce sex 2.4.12.24.30.60 binj enim tantum semper duplam inter se habent proportionem, non autem quilibet ad proximum antecedentem.

MVSICA siue harmonica proportionalitas aut medietas est, quando tres numeri ita ordinantur, vt eadem sit proportio maximi ad minimum, quæ differentia inter maiores duos ad differentiam inter duos minores, vt hi tres numeri 3.4.6 quoniam eadem est proportio maximi 6 ad minimum 3 quæ differentia inter maximum 6 & medium 4 nimirum numeri 2 ad differentiam inter medium 4 & minimi 3 id est ad 1 Cū vtrobique sit proportio duplā; constituunt proportionalitatem siue medietatem musicam, aut harmonicam; proportionalitatem verò hanc harmonicam esse inde patet, quod tres principales consonantias, diapasōn, diapente, & diatessaron exhibeat. Vt in hoc exemplo 6 ad 3 diapasōn, 6 ad 4 diapente, 4 denique ad 3 diatessaron refert. Idem de reliquis statuendum. Sed iam ad particularia proportionalitatis harmonicæ procedamus.

Musica proportio quid?

Propositio I.

Tres numeros in proportionalitate harmonica reperire.

Inueniuntur tres numeri harmonici, ex quibuscumque proportionalitatis arithmeticæ tribus numeris, hoc pacto. Primum terminum duc in secundum, & tertium, & secundum iterum in tertium, habebisque quæsitum, vt sequitur.

Sint itaque tres numeri arithmetice proportionales 1. 2. 3 & ex his eruere velis tres harmonicè proportionales; duc 1 in 2 & in 3, prouenietque primus, & secundus terminus proportionalitatis harmonicæ 2.3 Si iterum 2 arithmeticum terminum duxeris in tertium, 2 in 3; prodibit 6, tertius harmonicè proportionalis, vt sequitur | 1. 2. 3 Arithm. Aliter medium terminum Arithmeticæ proportionalitatis duc in extre- | 2. 3. 6 Harm. mos, & prodibunt extremi termini harmonici, extremi verò arithmeticæ in se ducti procreant medium harmonicæ, | 1 | 2 | 3 Arithm. vt in adducto exemplo patet. | 2 | 3 | 6 Harm.

Hinc patet extremos terminos proportionalitatis harmonicæ, atque adeò, & differentias eandem habere proportionem, quam extremi arithmeticæ ex qua orta est, habere; vt ex adducto exemplo patet.

Arith.	1. 2. 3	3. 7. 11	4. 6. 8	10. 60	100	propor.
Harm.	2. 3. 6	21. 33. 77	24. 32. 48	600. 1000	6000	propor.

Propositio I I.

Datis quibusvis duobus numerus medium harmonicè proportionalem assignare.

INter quosvis duos numeros datos inuenies medium harmonicè proportionalem, hoc pacto. Numerū, qui sit ex datorum numerorū differentia duc in eorum minorem, & partire productū per eorūdem summā, quotumq; minori adde, conflatus enim numerus erit medius quæsitus; sint v.g. propositi duo numeri 15 & 60, vt habeatur medium harmonicum, duc eorum differentiam 45 in minorem 15, & numerum productū 675 partire per 75 eorum summam. Nam si quotientem 9 minori 15 adicias, conflabis medium terminum 24, vt patet in hoc exemplo. 15.24.60. Eundem medium reperiēs, si eandem differentiam 45 ducas in 60 minorem & productum 2200 per eorū summam 75 diuidas, quotus enim 36 ex maiori 60 demptus, relinquet eundem mediū terminum 24.

Propositio I I I.

Datis duobus quibusvis numeris tertium terminum harmonicè proportionalem assignare.

NOta primò hanc operationem, non semper fieri posse, quando autem id fieri possit pulchrè ipsa operatio docet, hoc pacto. Numerum ex vno in alterum genitum partiemur per numerum qui relinquitur, subtracta amborum differentia ex minore termino data; quotiens enim erit tertius terminus vtroq; dato maior, quem quærimus. Quod si quandoquè diuisor reperiatur esse 0; vel quando amborum differentia ex minore termino subtrahi nequit, impossibile est datis duobus numeris posse tertium maiorem adiungi in proportionalitate harmonica. Rem exemplo declaremus. Sint duo termini minores 12. 16, diuidemus numerum ex eis procreatum 192 per 8, qui numerus relinquitur, si amborum differentia 4 ex minori 12 detrahatur. Quotiens enim 24 cum datis duobus constituit hanc harmonicam proportionalitatem. 12.16.24. & 24 eiusdem tertium terminum quæsitum. Hanc extendemus, si ad duos numeros 16. 24. tertium adiungamus nimirum diuidendo 384 numerum ex 16 in 24 factum, per 8. qui numerus remanet facta subtractione differentia amborum quæ est 8 ex maiori 16. inuenietur enim numerus 48. stabuntquè ita numeri 4 harmonicè proportionales 12. 16. 24. 48. Si verò attentauerimus hincè adiungere alium maiorem, frustra laborabimus. Nam datis duobus vltimis 24. 48 reperiatur diuisor esse. 0. Quod si quis proponat hoscè numeros 10. 12. adiungetur illis tertius vtroquè maior. 15. Ad hos verò duos 10. 11. apponetur tertius $12\frac{2}{3}$. Et ad duos 90.99 tertius 110; at verò ad 3. 6. nullus adiungi poterit, quia differentia inter ambos, quæ est 3 dempta ex maiori 3 relinquet 0. Vnde sequitur cum dati numeri habuerint proportionem duplam, illis tertiam proportionalem adiungi non posse, quia differentia amborum semper est minori termino æqualis. Cum verò numeri dati habuerint proportionem duplæ maiorem; Minimè quoquè tertius harmonicè proportionatis maior illis. quia differentia amborum tunc semper minori termino maior est, vt proinde subtractio fieri nulla ratione possit. Vt si dentur duo numeri 3. 7 quorum proportio est dupla sesquitercia, maior videlicet quam dupla, vides amborum differentiam 4 maiorem esse 3 minore termino. Quare illis aliquis tertius adiungi non poterit. Patet igitur ex his, vt datis duobus quibusvis numeris tertius illis adiungi possit harmonicè proportionalis, necesse esse,

Quando datis duobus numeris tertius harmonicè illis proportionalis adiungi possit, & quando nō.

se, vt dati numeri habeant inter se proportionem vel super particularem vel superpartientem duplo minorem.

Propositio I V.

Datis duobus numeris quibuscumquè tertium utroquè minorem in proportionalitate harmonica reperire.

Numerum ex vno in alterum productum partire per summam ex maiori dato & amborum differentia collectam; Quotiens enim erit is, qui quaeritur. Vt si datur duo numeri 6. 12. Si diuidamus numerum 72 ex 6 in 12 factum per 18. summam ex 12, & amborum differentia 6. collectam; reperiemus 4 tertium minorem vtriquè illi proportionalem. vt hic cernis 4. 6. 12. Hanc extendemus regrediendo versus minores numeros, si duobus 4. 6. minorem tertium, 3 adiungemus hoc modo 3. 4. 6. 12.

Hic autem ternarius numerus inuenitur, diuidendo numerum 24 factum ex 4 in 6. per 8. summam videlicet ex 6. & amborum differentia 2 collectam. Eodem modo duobus minoribus 3. 4. adiungetur tertius minor $2\frac{2}{3}$. Atquè sic decrescet quælibet analogia harmonica continuè in infinitum.

C O R O L L A R I V M.

Patet ex hiscè admirabilis quædam trium proportionalitatum proprietas; Primo enim Arithmetica augetur in infinitum, sed non in infinitum decrescit, harmonica contra decrescit in infinitum, non verò in infinitum augeri potest; hoc est vt primus, secundus ac tertius sint harmonicè proportionales; itè secundus, tertius & quartus; item tertius, quartus & quintus. Geometrica verò augetur & diminuitur in infinitum.

Proprietas
proportio-
nalitatum.

C A P V T. I I I.

De Logistica Proportionum.

Rationum compositio siue Logistica, nihil aliud est, quàm algorithmus proportionum, quo vna videlicet proportio alteri additur vel demitur, quouè inter se multiplicantur & diuiduntur datæ proportionēs; habetquè 5. species quas totidem propositionibus expediemus.

Propositio I.

Proportionēs inter se addere.

Additio Rationum est Inuentio numerorum duorum, quorum ad se inuicem ratio datarum rationes complectitur. Ita autem praxin auspicare. Ordina datas rationes in terminis numerorum minimis, deinde multiplica terminos antecedentes inter se, & componetur ex duobus antecedentibus vnum antecedens. Similiter, ex multiplicatione mutua terminorum consequentium conflabitur vnum consequens. Hinc perspicuum est, additionem rationum à multiplicatione fragmentorum vulgarium non

M distare;

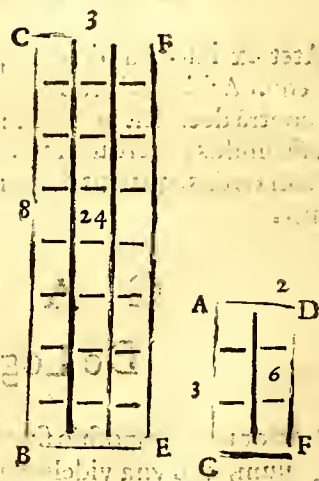
distare; V. g. fit addenda ratio, quæ est inter 16, & 6, ad rationem quæ est inter 18 & 12. assumptis rationum propositarum numeris ad minimos primo terminos reductis; erunt proportionis 16 & 6 minimi termini 8 & 3. quos superiori loco colloca bis. 18 vero & 12 minimi termini erunt 3 & 2. quos inferiori loco ponas, vt patet $\frac{8 \cdot 3}{3 \cdot 2}$. deinde superioribus in se ductis prodibunt 24. & inferioribus in se ductis prodibunt 6. stabitque exemplum sic;

$$\frac{8 \cdot 3}{3 \cdot 2} \text{ ducti in se faciunt } \left\{ \frac{24}{6} \text{ hoc est } \frac{4}{1} \right.$$

Sint iterum, vt Musicis rem applicemus, sesquialtera, sesquitercia, sesquiquarta, sesquiquinta, hoc est diapente, diatessaron ditonus & semiditonus addendi. ita ponantur proportiones vt è latere vides. Duc igitur maiores terminos in se, vt 3 in 4 faciunt 12, & hæc in 5 faciunt 60, & hæc in 6 faciunt 360. Summam maiorum terminorum; iterum duc minores terminos in se, 2 in 3 faciunt 6, hæc in 4 faciunt 24, hæc in 5, faciunt 120. minorem terminum proportionis. habebisque 360 ad 120 triplam proportionem videlicet consonantiam diapason cum diapente.

maiores termini	ad	minores termini
3	sesquialtera	2
4	sesquitercia	3
5	sesquiquarta	4
6	sesquiquinta	5
360 tripla		120.

Pendet fundamentum huius operationis à Propof. V. Lib. VIII Euclid. vbi inquit planos numeros ad inuicem habere rationem compositam ex lateribus. Exempli gratia duo sequentia rectangula oblonga nobis referant duos numeros planos, in quibus euidenter apparet, alteram rationem exempli nostri prioris, quæ est inter 8 & 3 efficere latera quadranguli CB & CF; alteram verò, quæ est inter 3 & 2 latera quadranguli AC & AD. Clarum igitur est etiam arcam maioris rectanguli CE quæ est 24 ad arcam minoris rectanguli AF. quæ est 6, rationem habere quadruplam ex duabus rationibus compositam. Item rationes $\frac{3}{2}$ & $\frac{2}{1}$ additæ, efficiunt $\frac{6}{1}$ hoc est $\frac{3}{1}$. Ergo tripla constat ex sesquialtera & dupla. Sic $\frac{2}{1}$ & $\frac{2}{1}$ conficiunt quadruplã siue disdiapason.



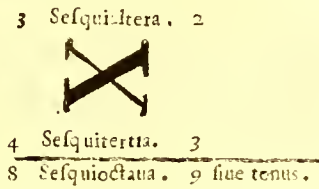
Propositio I I.

Rationem à ratione subducere.

Hic demonstratur quando aliæ rationes ab alijs auferuntur, quæ rationes restent, & fieri tum demum potest, cum rationes quæ subducendæ sunt, minores fuerint ijs, à quibus fit subductio, aut saltem ijsdem æquales: rei enim natura non fert, id quod maius est subduci ex eo, quod minus est. Quæ verò ratio maior, quæ minor sit, denominatores earum declarant, facile enim est iudicare rationem duplam maiorem esse sesquialtera, & rursus triplam excedere ipsam duplam, &c. opus autem subductionis huius facile est, & partitioni partium per omnia simile. Nam si rationem à quo fieri debet subtractio, partiaris per numeros rationis subtrahendæ, confectum habebis negotium, vt si ratio sesquialtera $\frac{3}{2}$ sit subducenda à dupla $\frac{2}{1}$ partieris $\frac{2}{1}$ per & elie

$\frac{3}{2}$ & elicietur $\frac{4}{3}$ sesquitertia ratio, seu quod idem est, si diapente à diapason subtrahas remanebit necessariò diatessaron, vt in sequentibus susùs declarabitur. Sic si subdu-
xeris à ratione quadrupla $\frac{4}{1}$ rationem sesquialteram $\frac{3}{2}$, relinquetur $\frac{8}{3}$ ratio dupla su-
perbipartiens tertias. Sit iterum subducenda sesquitertia à sesquialtera; ponantur
propositiones, vt sequitur.

Discussatim igitur eas inter se multiplica, & prodibunt 8
ad 9 sesquioctaua proportio, in qua tonus consistit. Si-
cuti igitur additio proportionum similis est multiplicati-
oni fractionum, sic subductio similis est diuisioni fracto-
rum. Examen denique verè subductionis certissimum
est, si ratio relicta ad subductam addita rationem, instauret eam, à qua subducta fuit.



Propositio III.

Rationes multiplicare.

Statue ordine numeros rationis multiplicandæ toties, quoties numerus multiplicans
continet vnitatem; ac deinde multiplica omnes antecedentes inter se, & offerent
sefe antecedentes rationis quæsitæ. Similiter etiam inuenitur consequens, ex mutua
consequentium multiplicatione; v. g. multiplicaturus rationem sesquialteram per 3.
pone $\frac{3}{2}$ ter ordine hoc modo $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{3}{2}$; iã duc tria in se fiēt 9; quæ rursū in 3 duces, pro-
dibitque rationis quæsitæ antecedens, similiter duc 2 in 2 fiūt 4, quæ iterum per 2 mul-
tiplicata, producent 8 quæsitæ rationis consequens. Sesquialtera ergo ratio multipli-
cata per 3 seu ter collecta, conficit $\frac{27}{8}$ triplam supertripartientem octauas. Hoc mo-
do si rationem duplaues $2 \frac{3}{4}$ duplam sesquiquartam conficies.

Hinc manifestum est, quod rationem aliquam duplare nihil aliud sit, quàm nume-
ros rationis minimos, vt dici solet, quadrare; & triplare idem quod cubicè multiplicare,
& multiplicare per 4 non aliud, quàm terminorū numeros quos vulgo vocāt Zensicēū-
cos siue quadrato-quadratos quærere. Et vice versa, rationem mediare nihil aliud est,
quàm ex numeris eius radicem quadratam quærere; & partiri per 3 idem quod ratio-
nem eius cubicam inuenire; & per 4 secare, nihil aliud sit, quàm numerorum rationis
datæ radices Zensicēscas siue quadrato-quadratas capere. Exempli gratiã duplam
sesquiquartam mediare est ex $2 \frac{1}{4}$ inuenire radicem quadratam, quæ est $1 \frac{1}{2}$ à quæ de-
nominatur ratio emergens, nempè sesquialtera. Atque hanc magnum vsum in mul-
tis exemplis habere reperio, quo magis miror, cur plerique qui de numeris eruditè scri-
ferunt, multiplicationem diuisionemque rationum, rerum naturam non admittere
prodiderint. Sed hi forsã excusari poterunt, quod non ad numeros, sed ipsam na-
turam rationum respexerint. Vt enim plumbum, stannum, aurum, similesque rerum
species non multiplicant, sed per numeros adhærentes multiplicantur; ita ratio non
per aliam rationem, sed per alios numeros multiplicatur; at verò partitio rationū tum
per numeros, tum per alias etiam rationes perficitur: Quoniam verò ea res omninò
requirit non tantum modum inueniendi radices numerorum quadratas & cubicas;
sed & censicēscas, censicubicās, cencensicubicās, cubocubicubicās, &c. ne aliquid
quod non ab antecedentibus dependeat, & sequentibus præceptis conferat, dicere
deprehendar, idcò totam hanc de mediatione algebraica materiam proprio operi, vi-

Propositio IV.

Multiplicare proportiones per numeros fractos.

Primò itaque multiplica proportionem per numeratorem iuxta regulam paulò
 antè traditam. Secundo ex producto facto extrahe radicem, qualem denomi-
 nator minutiae representat.

Exemplum.

Multiplicaturus igitur $\frac{81}{16}$ per $\frac{3}{4}$; primo cubices proportionē propositā ductis in se
 $\frac{81}{16} \cdot \frac{81}{16} \cdot \frac{81}{16}$ cubicè tã numeratoribus quã denominatoribus prodibit $\frac{531441}{4096}$. Hoc
 peracto ex utroque termino radix quadrati quadraticaeducta dabit $\frac{27}{8}$ radicē quæsitam.
 Ideo autem quærimus radicē quadrato quadratã quod denominatur id est 4 refert radi-
 cem quadrato-quadratam, 2 verò radicem quadratam, & 3 representat radicem cu-
 bicam, vt in progressionē Geometrica satis superque demonstratur.

Propositio V.

Proportiones siue rationes diuidere per proportiones.

Sicuti numerus palmorum diuiditur, vel per numerum palmorum, vel per nume-
 rum abstractum. Sic proportio diuiditur, vel per numerum abstractum, vel
 per proportionem. Quando proportio diuiditur per proportionem, tunc in quo-
 tiente prouenit numerus, & nunquam proportio, dum enim quæro, quoties proportio
 diuidens contineatur in proportione diuidenda, prodibit necessariò quotiens, qui pro-
 portio dici non potest. dum verò proportio diuiditur, per numerum abstractum, tunc
 semper prouenit in quotiente proportio. Sed ad rem.

REGVLA I. Ita igitur proportiones per proportiones partire, subtrahe proportionē
 diuidentem à proportione diuidenda, donec vel æqualitas occurrat, vel genus propor-
 tionum mutetur; colligitur autem quotiens ex vnitatibus illis, quibus signantur vices
 subtractionum; nam vice vniuscuiusque subtractionis ponenda est vnitas.

Exemplum de occurrente æqualitate.

Volo, v.g. diuidere $\frac{729}{64}$ per $\frac{3}{2}$ id est per sesquialteram proportionem; subtrahemus
 diuidentem à diuidendã proportionem tam diu donec æqualitas occurrerit; sed rem-
 exemplis declaremus.

$$\text{Prima subtractio} \quad \frac{2}{3} \text{ — } \frac{729}{64} \text{ facit } \frac{1458}{192} \text{ seu } \frac{243}{32}$$

$$\text{Secunda subtractio} \quad \frac{2}{3} \text{ — } \frac{243}{32} \text{ facit } \frac{486}{96} \text{ seu } \frac{81}{16}$$

Tertia subtractio $\frac{2}{3} - \frac{81}{16}$ facit $\frac{162}{48}$ seu $\frac{27}{8}$

Quarta subtractio $\frac{2}{3} - \frac{27}{8}$ facit $\frac{54}{24}$ seu $\frac{9}{4}$

Quinta subtractio $\frac{2}{2} - \frac{9}{4}$ facit $\frac{18}{12}$ seu $\frac{3}{2}$

Sexta subtractio $\frac{2}{3} - \frac{3}{2}$ facit $\frac{6}{6}$ ecce æqualitas

Quandocumque igitur occurrit æqualitas, signum est, proportionem diidentem, numerare diidentam proportionem præcisè; & esse diidentem proportionem partem aliquotam proportionis diidentæ, cum autem 6 factæ sint subtractiones, erit 6 quotiens diuisionis.

Aliud exemplum ubi æqualitas non occurrit.

Quando non occurrit æqualitas, sed genus tantum fuerit mutatum, signum est proportionem diidentem esse partem aliquotam diidentæ proportionis, & diidentam non numerare; sint, v.g. diidentæ $\frac{2187}{163}$ per $\frac{27}{8}$

Prima subtractio $\frac{8}{27} - \frac{2187}{128}$ facit $\frac{17296}{3456}$ seu $\frac{81}{16}$

Secunda subtractio $\frac{8}{27} - \frac{81}{16}$ facit $\frac{648}{432}$ seu $\frac{3}{2}$

Tertia subtractio $\frac{8}{27} - \frac{3}{2}$ facit $\frac{24}{54}$ seu $\frac{4}{9}$

Vides hinc genus esse mutatum; prouenit enim proportio minoris inæqualitatis, quare tertia subtractio fieri non debuit. Quia ergo duæ subtractiones factæ sunt, ideò quotiens facit 2; remansit autem $\frac{3}{2}$, estque illa proportio tertia pars diidentis proportionis, ideò totus quotiens facit $2\frac{1}{3}$. Est igitur proportio dupla sesquitertia inter $\frac{187}{23}$ & $\frac{27}{8}$.

REGVLA II. Proportiones verò per integros numeros ita diuides. Extrahe de vtroque termino proportionis radicem illam quam diuisor retulerit, vt $\frac{729}{64}$ diuisa per 2 facit $\frac{27}{8}$; item $\frac{729}{64}$ diuisa per 3 facit $\frac{81}{4}$. Item $\frac{729}{64}$ diuisa per 6 facit $\frac{3}{2}$.

REGVLA III. Proportiones denique per minutias siue numeros fractos ita diuides. Permuta terminos fracti diidentis, & operare iuxta regulam multiplicationis superiùs datam per numeros fractos, v.g. volo diuidere $\frac{27}{8}$ per $\frac{3}{4}$; pone igitur quater hanc proportionem (vt vides repetitionem $\frac{27}{8} \frac{27}{8} \frac{27}{8} \frac{27}{8}$) quæ deindè in se ducta dabunt $\frac{531441}{4096}$; deinde quære radicem cubicam de vtroque termino proportionis factæ propter (3 qui character est radicis cubicæ) & prodibunt $\frac{81}{16}$; itaque $\frac{27}{8}$ diuisa per $\frac{3}{4}$ facit $\frac{81}{16}$.

CAPVT. I V.

De Irrationalibus numeris.

Cum in Musica sæpè mentio fiat irrationalium numerorum quibus cōsonantiæ dimidientur, visum fuit ad omnimodam harmonicarum rerum intelligentiam, hoc loco, antequàm vlteriùs progrediamur, eas declarare, & simul modum eas addendi, subtrahendi, multiplicandi, diuidendi, subiungere.

Sunt igitur omnes illæ proportionēs rationales, quæ terminos habent commensurabiles; Quæ autem terminos habent incōmensurabiles, sunt irrationales; Vnde quilibet numerus medialis ad numerū rationalem habet proportionem irrationalem, non tamen omnis medialis ad medialē, quia $\sqrt{Q6}$. ad $\sqrt{Q24}$. rationale proportionem habet, scilicet duplā. Quandocunq; verò terminus proportionis irrationalis, fuit irrationalis, tunc necesse est reliquū terminum eiusdem proportionis etiam esse irrationalem. Atquæ ista notiora sunt, quam vt exemplis indigeant.

Quid $\sqrt{}$ signum denominat?

Sunt autem proportionēs irrationales minutia proportionum rationalium; vt $\sqrt{Q6}$. ad $\sqrt{Q2}$ est minutia triplæ proportionis; Est enim dimidia pars triplæ siue diapason, diapente. Sic 6 ad $\sqrt{C432}$ est tertiā pars diapason, siue duplæ proportionis, vt patet etiam ex regulā, quæ proportionēs denominare docet, scilicet diuiso termino maiore per minorem, denominatur ipsa proportio ab illo diuisionis quotiente; vt diuiso $\sqrt{C432}$ per 6, seu per $\sqrt{C216}$, producitur quotiens $\sqrt{C2}$. significatquæ binarius duplam proportionem, signum autem $\sqrt{}$ radicale significat tertiam partem nominatæ proportionis. Sed de hiscè fufiffimè in Algebra nostra.

Vnde propositis numeris rationalibus quibuscunquæ, si vtroquæ termino præfigatur signum $\sqrt{}$ radicale quadratorum, mox erit illa proportio (quæ erat inter illos duos numeros rationales) diuisa in duò æqualia, altera quæ pars diuisionis illius per numeros illos sic repræsentata; vt 3 ad 2, facit sesquialteram. Sed $\sqrt{Q3}$. ad $\sqrt{Q2}$. facit dimidiā partem diapente siue sesquialteræ. Et sic similia intelligenda sunt de similibus. vt $\sqrt{C3}$ ad $\sqrt{C2}$ facit tertiam partem diapente siue sesquialteræ; Sic $\sqrt{QQ3}$ ad $\sqrt{QQ2}$.

quartam partem facit eiusdem proportionis sesquialteræ. sic $\sqrt{Is3}$ ad $\sqrt{Is2}$ facit $\frac{1}{5}$ sesquialteræ, & sic deinceps, vt facile sit, dare proportionem irrationalem medialium, sub quacumque petita denominatione, sicuti facile est propositam proportionem denominare. Vt si danda sit sexta pars proportionis triplæ supertriparientis quintas; tunc secundum quotientem (qui denominat proportionem ipsam, videlicet $\frac{3}{5}$) inuenio hoscè duos numeros 8 5; hiscè ergo terminis inuentis præpono signum medialium sextæ speciei, videlicet \sqrt{QC} , vt $\sqrt{QC8}$ ad $\sqrt{QC5}$. quæ est sexta pars triplæ supertriparientis quintas quæsita.

Cœterum Algorithmus proportionum irrationalium cum iisdem sex regulis innitatur, quibus algorithmus rationalium, nihil hic ad eum intelligendum aliud requiri videtur, nisi exempla quæ breuiter hic apponimus.

Paradigma Additionis. Paradigma multiplicationis

$\sqrt{Q_{18}}$	6	9	$\sqrt{Q_{18}}$	9
2	ad	facit	2	duplatus facit
	$\sqrt{Q_2}$	1	2	2

Paradigma subtractionis. Paradigma diuisionis.

6	9	$\sqrt{Q_{18}}$	3	9	9	$\sqrt{Q_{18}}$		
$\sqrt{Q_2}$	ab	remanet	vel	2	dimidiata fac.	\sqrt{Q}	vel	2
	1	2	$\sqrt{Q_2}$	2	2	2	2	2

Porro aduerte hic Lector quod haecenus de numerorum proportionibus solum quasi in abstracto egerimus; deinceps vero in sequentibus Capitibus huius tertij libri, qua ratione ad sonos harmonicos applicari debeant praesata proportiones per Algorithum musicum, ostendemus.

C A P V T V .

De interuallis harmonicis.

IN sono harmonico quinque potissimum considerantur. I. Vocis status seu tensio, quae est, & graecis *τάσις* dicitur, iuxta quam vox aut chorda in tono ad canendum apto constituitur. II. Vocis intensio graecè *ἐπιτάσις*, si mouetur à graui ad acutum. III. Vocis remissio *ἀραισις*, si videlicet ab acuto in graue procedit. IV. ex intensione nascitur acumen. V. ex remissione grauitas nascitur.

Atque ex hac sonorum mixtura nascuntur interualla diuersa seu *διαστήματα*; ita vt interuallum nihil aliud sit, quam acuti soni grauisque distantia, in quorum notitia totius Musicae negotium merito, vt in decursu operis videbitur, consistit. neque enim Musica, aut Harmonia sine huiusmodi interuallis concipi vlla ratione potest.

Diuiditur autem omne interuallum in Concinnum, & Inconcinnum. Concinna graecè *εὐμελῆς* vti sunt ad harmoniam apta, sic inconcinna *ἐκμελῆς* ad Musicam inepta sunt interualla. haec tamen Musicus considerat ex accidente, vt ea reiiciat; illa per se, vt retineat, vel inconcinna per concinna emendet.

Iterum Concinna sunt duplicia. quaedam sunt consona, quaedam dissona; Consona sunt quae suauem auribus affundunt concentum; Dissona quae ingratum exhibent, musicis tamen numeris aptum.

Sunt autem iuxta Neotericorum placita 15. interualla maiora; minora 5. Maiora sunt illa quae ex tonis integris, & semitonijis componuntur; Minora sunt, partes toni, & semitonij; De maioribus interuallis primo dicendum; deinde de minoribus. Maiora itaque interualla numero sunt 15. *Vnisonus*, (quem tamen nos veluti principium tantum interuallorum ponentes, ab omni toni grauis acutique distantia reiicimus) *Tonus*, *Semitonium minus*, *Ditonus*, *Semiditonus*, *Tritonus*, *Diateffaron*, *Diapente*, *Semidiapente*, *Semitonium cum Diapente*, *Ditonus cum Diapente*, *Semiditonus cum*

Dia-

Diapente, Diapason, Semidiapason. Reliqua verò interualla, vt diapason cum diapente Bisdiapason, & similia composita cum eadem sint cum simplicibus,omittimus, Verùm iam vnus cuiusque interuallum, vt declaremus ordo postulare videtur.

Vnisonus.

VNISONVS est eiusdem vocis repetitio omnis intensiõis aut remissionis incapax, estque in Musica idem, quod punctum in Geometria, in Arithmetica vnitas, in circulo centrum, ex quo omnes reliquæ consonantiarum species emanant. Estque prima sonorum permissio inter eas, quas sensus apprehendit, & ab æqualibus sonis eiusdem intensiõis, aut toni prouenit, græcis ἰσοφωνος; Quod autem hæc omnium sonorum sit cognitu facillima, id manifesto constat argumento; quia multò facilius est eandem, aut æqualem, quam diuersam, aut inæqualem vocem personare; Hanc omnes Rustici conficere norunt; hac omnes vtuntur pueri, & puellæ in choreis ipsa natura duce. Denique hanc omnes etiam cantandi peritia destituti affectant, hæc consistit in proportione æqualitatis, seque habet, vt 1 ad 1. | 2 ad 2. | 3 ad 3. | 4 ad 4. | vt sequitur.

Quid Tonus sit?

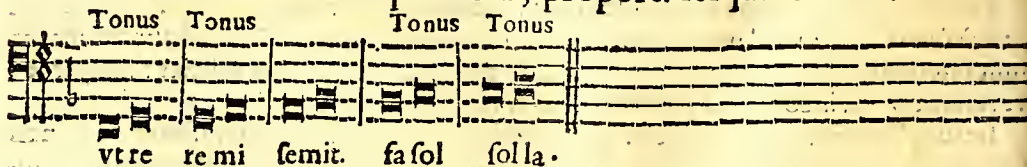
Examinate vnisono, iam ab interuallis imperfectioribus ad perfectiora veluti per gradus quosdam tonicè progrediamur. Sit igitur primo loco TONUS, qui nihil aliud est, quàm interuallum musicum, quo vox quæpiam mouetur de proxima quaque nota, in immediatè proximam ascendendo vel descendendo; veluti ex *ut* in *re*. vel ex *re* in *mi* (demptis tamen *mi* *fa* simul connexis, hæc enim voces non faciunt tonum, sed minus quàm dimidium; At diuisæ inter se; aut cum alijs connexæ tonum non minus faciunt, quàm aliæ; vt *mi* cum *re*, & *fa* cum *sol*.) Hanc Græci repræsentabant per duas quaslibet chordas, exceptis ijs chordis quæ semitonium minus referebant, vt postea dicetur. Consistit autem hoc interuallum in proportione sesquioctaua, seque habet vt 9 ad 8. constat què ex semitonio maiore & semitonio medio, quod sic demonstramus; ponantur formæ semitoniorum in minimis terminis, vt sequitur 15 16 Sem.ma.



Vnisonus.

128 135. Sem.mi. deinde multiplica superiores numeros & inferiores inter se, & producta diuisa per minimum diuisorem vtriq; producto communem, relinquēt in quotiente $\frac{9}{8}$ tonum maiorem quæsitum; siquidem tonum maiorem consideremus si verò minorem, is proportionem habebit sesquiquoniam, seque habebit vt 10 ad 9. componiturq. ex semitonijs duobus maiori & minori. Quod ita probatur $\frac{16}{25}$ Sem.maius cū forma semitoniorū sit vt hic è latere patet; multiplica 16 per 15. & $\frac{15}{24}$ Sem.minus 25 per 24, & producta dimidia vsq; ad minimos terminos, & prodibit $\frac{9}{8}$ tonus minor quæsitus. Notis musicis sic exhibetur.

Tonus secunda perfecta, proport. sesquioctauæ.



Semitonium minus quid

II. SEMITONIVM MINVS siue secunda imperfecta: est interuallum musicum in proportione sesquiagesima quarta consistens, & se habet vt 24 ad 25. quo vox mouetur ex *mi* in *fa* interuallum autem hocce tanti momenti est, vt super id veluti basim & fundamentum totius Musicæ amplitudo & varietas inniti videatur, vt fusius in sequentibus probabitur. Exprimitur autem hoc interuallum à græcis in tetrachordo ὑπατῶν per hypatè & parhypatè, in tetrachordo verò διεζυγμένων per peramesen & triten; In tetrachordo ὑπερβολικῶν per chordam neten διεζυγμένων & chordā triten ὑπερβολικῶν quæ omnia

omnia in sequentibus fuse explicabuntur. Semitonium minus notis Musicis ita exprimitur.

Semitonium minus siue secunda minor.

mi fa mi fa fa mi fa mi

III. DITONVS siue tertia perfecta Interuallum musicum est consistens in proportione sesquiquarta, sequè habet vt 5 ad 4, quo vox sursum vel deorsum ab vnifono per duos tonos recedit, dicitur etiã tertia maior, vel tertia enharmonica; componitur ex tono maiore & minore quod ita probatur; ducantur proportiones vtriusq. toni in se, & cõmunis vtriusq. producti diuisor minimus relinquet in quotiente $\frac{4}{5}$ ditonum quãsitũ vt vides; Hanc tertiam & Recentiores contra Pythagoræos ratione & experientia confisi introduxerunt, quo interuallo distant chordæ nete & paranete in enharmonico genere. Characterem eius in Arithmetica musica statuimus hunc II. notisquè musicis ita exprimitur.

Ditonus.

fa la fa la la fa la fa

IV. SEMIDITONVS siue Tertia imperfecta aut tertia minor, trihemitonum minus, tertia chromatica alijsquè passim nominibus appellata; Interuallum musicum est, quo vox ab vnifono sursum vel deorsum recedit per tonum & medium, siue semitonium, minus. consistit in proportione sesquiquinta & se habet vt 6 ad 5. constat ex tono maiore & semitono maiore. quod probatur, Ducantur formæ toni maioris & semitonij maioris in se, & producta per communem diuisorem minimum diuisa, relinquent in quotiente $\frac{6}{5}$ vt sequitur: Eius duæ sunt species ex re in fa. & ex mi in sol. hac consonantia separantur nete & paranete chordæ in genere chromatico. Exprimitur hiscè notulis.

9	8	tonus maior
16	15	semitoniu maius
144	120	semiton.
		diuisor
6	5	semiton. interm. radicalibus.

Semitonus siue Tertia Minor.

re fa mi sol fa re sol mi

V. TRITONVS siue Quarta maior, quarta dura & generi diatonico profus ineparas Interuallum musicum est, vocem per tres tonos intendens aut remittens; dicitur Tritonus

tritonus eo quod ex tribus tonis confet, confistitque in proportione quae est 45 ad 32 notis musicis ita exprimitur.

Tritonus.

The musical notation shows two tritonus intervals on a five-line staff. The first interval is labeled 'in duro' and consists of the notes fa, mi, and mi fa. The second interval is labeled 'in molli' and consists of the notes fa, mi, and mi fa.

VI. DIATESSARON siue Quarta (quae & tetrachordum, numerus epitritus, minima consonantia, prima symphonia, & prima harmonia dicitur) componitur ex tono maiore & tono minore, & semitonio maiore. probatur vt in praecedentib. factu est. Interuallum musicum est, quo vox per duos tonos & semitonium minus sursum & deorsum mouetur. Constat enim duobus tonis & vno semitonio, confistitque in proportione sesquitercia, sequè habet, vt 4 ad 3. totius musicae Anima; systematum omnium harmonieorum diremptrix; ita musicis notulis exprimitur.

Diateffaron siue Quarta.

The musical notation shows a diateffaron interval on a five-line staff, consisting of the notes vt, fa, re, fol, mi, la. The notes are arranged in a sequence that demonstrates the interval's structure.

VII. DIAPENTE siue Quinta perfecta musicum interuallum est, quo vox ab vno sono ascendendo vel descendendo per 3 tonos & semitonium minus quibus constat siue per 2 tonos maiores & vnum minore cum semitonio maiori mouetur. Confistit in proportione sesquialtera & se se habet vt 3 ad 2; post diuplam siue diapason omnium nobilissima consonantia; dicitur etiam pentachordum, hemiolium, alijsque nominibus appellatur, musicis notulis ita exprimitur.

Diapente siue Quinta.

The musical notation shows a diapente interval on a five-line staff, consisting of the notes re, la, vt, fol, re, la, mi, mi, fa, fa, vt, fol.

VIII. SEMIDIAPENTE siue quinta imperfecta, musicum interuallum est, quo vox per 2 tonos & totidem semitonia minora mouetur; falsa quinta vulgo dicitur, neque admittitur à Musicis nisi in certis casibus; sequè habet vt 64 ad 45. notis musicis ita exprimitur.

Semidiapente siue quinta falsa.

The musical notation shows a semidiapente interval on a five-line staff, consisting of the notes mi, fa, fa, mi, mi, fa, fa, mi, mi, fa. The notes are arranged in a sequence that demonstrates the interval's structure.

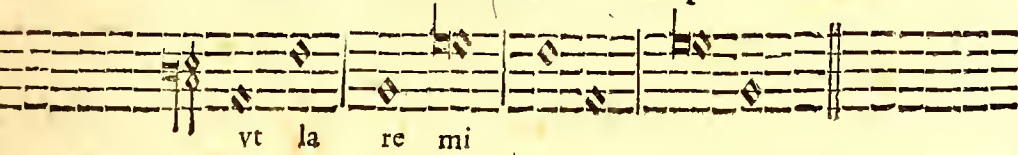
IX. HEXACHORDON MINVS, sexta imperfecta, sexta minor siue semitonium cum diapente, musicum interuallum est, quo vox per tres tonos & duo semitonia minora quibus constat, mouetur sursum vel deorsum, estque in proportione supertripartiente quintas, sequè habet vt 8 ad 5. exprimitur notulis vt in paradigmate apparet.

Hexachordon siue sexta minor.



X. HEXACHORDON MAIVS, sexta perfecta, sexta maior, tonus cum diapente, interuallum musicum est harmonia quasi ineptum, quo vox vel ascendendo vel descendendo per 4 tonos & vno semitonio minore mouetur, estque proportionis supertripartientis tertias, se habens, vt 5 ad 3. ab antiquis per chordam hypate meson representata, vt sequitur.

Hexachordon maius, sexta maior prohibita.



XI. DITONVS CVM DIAPENTE, est septima maior, quinq; tonis & Semitonio minore constans, eius ascentus est ex C in b mi & deficit à Diapason semitonio minore, superatque semidiapason vno Commate, estque Musicum interuallum proportionis superseptupartientis octauas, seque habet vt 15 ad 8. id notulis musicis expressum infra habes.

Ditonus cum Diapente, septima maior; interuallum prohibitum.



XII. SEMIDITONVS CVM DIAPENTE, septima minor, interuallum musicum est, quo vox mouetur ab vnifono per 4 tonos & 2. semitonia minora, v. g. ex D in C. tono deficit à Diapason, consistit in proportione super quadrupartiente quintas, seque habet vt 9 ad 5. exemplum vide.

Semiditonus cum Diapente septima minor.



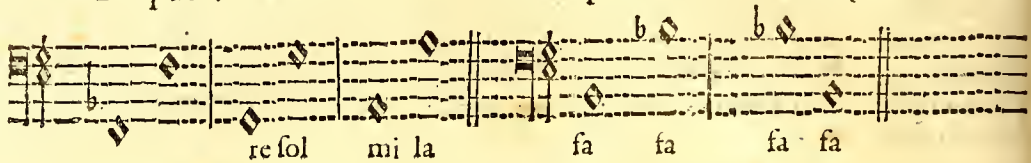
Diapafon.

XIII. DIAPASON omnium consonantiarum regina, in se singula huc vsque enarrata complicans interualla, octaua perfecta interuallum musicum est constans ex diapente & diatessaron, quo vox per 5 tonos & duo semitonía minora mouetur, à natura voci humanæ insita, siquidem nihil facilius est, quàm diapafon cantare, quod & in pueris elucescit, qui dum à Præceptore eandem cum ijs formare vocem iubentur, statim diapafon modulantur eandem se vocem reddere credentes. Consistit in proportione dupla, quæ omnium proportionum inæqualitatis prima est, proxima æqualitati, sicut diapafon vnifono, de qua fusius in musica nostra Physiologica.

Semidiapafon.

XIV. SEMIDIAPASON, siue octaua imperfecta, interuallum Musicum est, quæ vox per quatuor tonos & tria semitonía minora mouetur, ita musicis notulis exprimitur.

Diapafon siue octaua. Semidiapafon, octaua imperfecta.



Omnes consonantie continetur in numero senario.

Atque ex dictis patet omnes veras consonantias primis sex numeris includi, diapafon reperitur in dupla quæ est 2 ad 1. Diapente in sesquialtera, quæ est 3 ad 2. diatessaron in sesquitercia, quæ est 4 ad 3. Ditonus in sesquiquarta, quæ est 5 ad 4; Semiditonum in sesquiquinta, quæ est 6 ad 5. It sicut diapente cum diatessaron constituunt diapafon; ita ditonus & semiditonus constituunt diapente, vti paulò post patebit; Nec solum in consonantijs simplicibus hoc verum est, sed & in compositis. Nam 6 ad 5 est semiditonus, 6 ad 4 diapente, 6 ad 3 diapafon, 6 ad 2 diapafon cum diapente 6 ad 1 diapafon cum diapente, 5 ad 4 ditonus; 5 ad 3. Hexachordum maius, vel ditonus cum diatessaron, 5 ad 2 diapafon & diapente, 5 ad 1. diapafon cum ditono. 4 ad 3 diatessaron. 4 ad 2 diapafon. 4 ad 1 bisdiapafon. 3 ad 2 diapente, 3 ad 1 diapafon cum diapente 2 ad 1 diapafon, vt schema monstrat sequens.

6 ad 1 diapafon diapente	5 ad 1 diapafon ditonus	4 ad 1 bisdiapafon
6 ad 2 diap. cum diapente	5 ad 2 diapafon diapente	4 ad 2 diapafon
6 ad 3 diapafon	5 ad 3 hexacordum maius	4 ad 3 diatessaron
6 ad 4 diapente	5 ad 4 ditonus	4 ad 4 vnifonus
6 ad 5 semiditonus	5 ad 5 vnifonus	
6 ad 6 Vnifonus		

3 ad 1 diapafon diapente	2 ad 1 diapafon	1 ad 1 vnifonus
3 ad 2 diapente	2 ad 2 vnifonus	
3 ad 3 vnifonus		

Paradigma totius proportionis harmonicae compendium declarans.

1	2	3	4	5	6					
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Sesquialtera	Sesquitercia	Sesquiquarta	Sesquiquinta	Sesquisexta	Sesquiseptima	Sesquioctava	Sesquino	Sesquideci	Sesquiundeci	
Diapason		Diapente		Diatessaron		Ditonus		Semiditonus		

Vides igitur quomodo in hac tabella disponatur numeri secundum genus superparticulare: intra quam inuenitur non solum actu forma cuiusvis simplicis consonantiae, sed & mixtae, & compositae; Certè in hoc vnico exemplo nescio quae diuina vis numerorum latet; Si enim hanc tabulam conrinuaueris, non tantum ascriptae consonantiae, sed & minima quoque interualla innotescunt. Tabulam hanc hac arte disposuimus, primo ordine sex numeros serie naturalis; deinde in altero ordine à binario incipièdo, ordine numeros vsque ad 12 serie naturali disposuimus, vt vides, hos enim si inter se ritè contuleris; omnium huc vsque consonantiarum proportiones infallibiliter innotescunt, in quo & illud admirabile numeros sibi perpendiculariter suprapositos omnes duplae proportionis esse; Secundum verò seriem naturalem consideratos combinatosque superparticulares; Diagonès vero dispositos superparticularis superpartientisque proportionis esse.

C A P V T VI.

De interuallis minoribus.

1 TONVS MAIOR, qui & secunda maxima, & sesquioctaua nominatur, ex excessu consonantiarum diapente, & diatessaron narum interuallum est, quo vox mouetur ex *ut* in *re*; vel ex *sol* in *la* vt supra quoque ostensum fuit; dixi ex excessu diapente, & diatessaron natum. Nam proportio sesquialtera, & sesquitercia differunt sesquioctaua, 6 quidem ad 9 est diapente, & 6 ad 8. diatessaron, & differentia inter has est $\frac{2}{3}$ proportio sesquioctaua seu tonus maior.

2 TONVS MINOR, quae & secunda, & sesquinona dicitur; in hac siquidem proportione constituitur, & considerari potest, vt pars minor ditoni in tonum maiorem, & minorem distributi, vt in his numeris patet 8. 9. 10. vel vt excessus hexachordi maioris ad diapente. Nam superbipartiens tertias seu hexachordum superat sesquialteram proportionem per sesquinonam, vt hiscè in numeris apparet 6. 9. 10. considerari quoque potest tonus minor, vt excessus diatessaron ad semiditonum. Nam proportio sesquitercia superat sesquiquintam proportione sesquinona, vt in hiscè numeris apparet 12. 10. 9.

3 SEMITONIVM MAIVS interuallum est, constans excessu, quo diatessaron superat ditonum; & cum diatessaron in sesquitercia constituatur, & ditonus in sesquiquarta; constituendum erit hoc interuallum in sesquidecimaquinta, vt ex hiscè numeris apparet 16. 15. 12. Ex hoc semitonio cum tono maiori, componitur minima consonantiarum, quam semiditonum seu tertiam minorem diximus.

4 SEMITONIVM MINVS, minimum interuallum ex his quae sumuntur ex excessibus consonantiarum, quoniam est excessus, quo ditonus superat semiditonum, quae

quæ sunt vltimæ consonantiæ. Et cum ostensum sit, ditonum in sesquiquarta, semiditonum in sesquiquinta consistere, necessariò sequitur semitonium minus in sesquiugesimaquarta proportione constitutum esse, vt patet ex hiscè numeris 25. 24. 20. An verò hoc interuallum idem sit cum Limate Pythagorico, alibi discernetur.

5 **DIESIS** interuallum minimum est, quod originem suam trahit ex excessu, quo semitonium minus à maiori superatur. Cum enim dictum sit semitonium maius in sesquidecimaquinta, & semitonium minus in sesquiugesimaquarta consistere, diesios interuallum necessariò constituendum erit in proportione supertripartiente 125. vt his numeris patet 120. 125. 128.

6 **COMMA MINIMUM** omnium interuallorum sensibilium, oritur ex differentia inter semitonia maius, & minus; Cum enim tonus maior consistat in sesquioctaua, minor in sesquinona, necessariò emergit proportio sesquioctuagesima, in qua nos comma consistere dicimus, vt ex sequentibus numeris patet 72. 80. 81.

Verùm cum de hiscè, & similibus interuallis fusè in sequentibus tractemus superuacaneum esse ratus sum ipsdem diutiùs hoc loco inhærere,

De diuisione toni.

Nihil porrò restat, nisi vt & obiter diuisionem toni declarem; Notum igitur est vt, & in sequentibus fusè docebitur, tonum in duo æqualia diuidi non posse, eo quod nulla ratio superparticularis in quo, & tonus est, in duo æqua diuidi possit. Tonus itaque in sesquioctaua proportione constitutus, in maius minusque semitonium diuiditur; Græci maius semitonium ἀποτομὴν Apotomen, minus verò δίεσιν diesin appellant, siue vt pythagorici λέγουμεν. diuiditur autem minus semitonium in duo diaschismata; excessus verò quo semitonium maius minus superat, comma dicitur. Quod & ipsum in duo schismata subdiuiditur, vt Philolaoplaacet.

DIESIS est spacium quo maior est sesquitertia proportio duobus tonis; Comma verò est spacium, quo maior est sesquioctaua proportio duabus diesibus, hoc est semitonij minoribus. **SCHISMA** est dimidium commatis; **DIASCHISMA** verò est dimidium diesis, id est semitonij minoris, ita Philolaus; Vbi notandum diesios appellationem propriam esse & impropiam; propriam cum sumitur pro semitonio minore, impropiam cum pro diaschismate à veteribus vsurpatur.

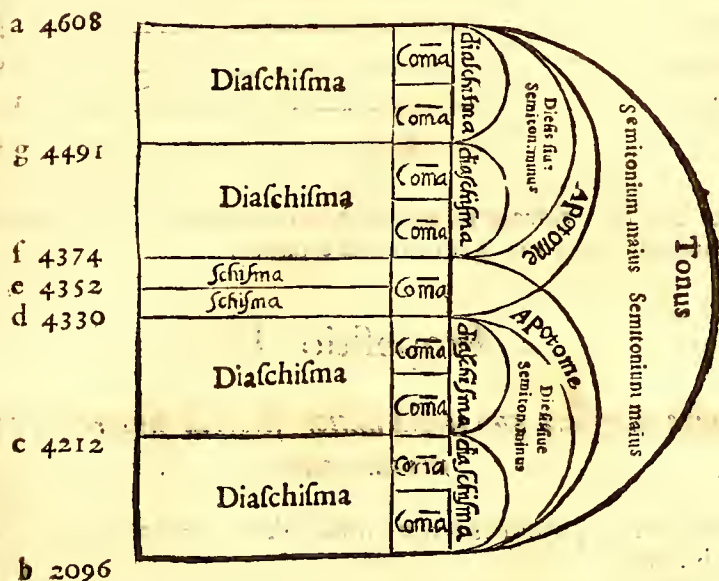
2. **SEMITONIUM MINVS** non prorsus 4 habere Commata sed 3 superare; ita & semitonium maius non prorsus 5 commata habere sed 4 superare cõstat indeq; factũ vt tonus superet octo commata, nonum non impleat, vt fusè docetur apud Boëtium lib. 3. cap. 14. & 15. Sed hæc clariùs ex sequenti Typo patebunt.

Ne tamen hic lectoris scrupulus oriatur, quid per semitonium minus intelligatur; sciendum semitonium minus dupliciter considerari posse; vel prout est gradus generis diatonici, vel prout est gradus generis chromatici; prout est gradus generis diatonici, dicitur semitonium minus, siue à Boëtio etiam diesis dicitur, eo quod sit minimum huius generis interuallum naturale: tametsi quo ad proportionem quam habet 16 ad 15, sit maius semitonio minore generis chromatici, quod est in proportione 25 ad 24.

Promiscuè igitur nunc maius nunc minus semitonium ab Authoribus dicitur; maius comparatione facta ad semitonium minus chromaticum; minus, in quantum genus diatonicum respicit, in quo minimum interuallum est; Quæ omnia hic explicare voluimus, ne Lector terminorum discrepantia confunderetur. Vides igitur in sequenti Typo, tonum in 9 quasi commata diuidi, & semitonio maiori ex ijs quasi 5. minori semitonio quasi 4 commata competere; differentiam autem semitonij maioris & minoris esse comma, siue apotomen; vides quoque semitonium minus duo diaschismata; & comma duo schismata continere, quorum singulorum proportiones in Typo sequenti contemplare.

Semitoniũ
minus quo
modo hoc
loco intel-
ligatur.

Typus diuisionis toni.



C A P V T VII.

Genesis interuallorum.

Verum visis definitionibus singulorum interuallorum nil iam amplius restat, nisi vt Genesin singulorum breuiter examinemus, quod tum fiet, vbi primò proportionem vniuscuiusque descriperimus à minimis incipiendo.

Tabella proportionem singulorum interuallorum in terminis radicalibus, seu minimis exhibens.

Comma	80	ad	81.
Diaschisma	160.		162
Diesis enharmonica	128	ad	125
Diesis Limma pythagoricum	243	ad	256
Apotome pythagorica	2048	ad	2187
Semitonium minus	25	ad	24
Semitonium maius	16	ad	15
Tonus minor	10.	ad	9
Tonus maior	9	ad	8.
Tertia minor	6	ad	5
Tertia maior	5	ad	4
Quarta	4	ad	3

Tri.

Tritonus	-----	45 ad	32
Semidiapente	-----	64 ad	45
Quinta	-----	3 ad	2
Sexta maior	-----	5 ad	3
Sexta minor	-----	8 ad	5
Septima minor	-----	9 ad	5
Septima maior	-----	15 ad	8
Octava	-----	2 ad	1

Vifis igitur iftis iam videamus, quomodo compositiones, diuifiones, excessusque fingulorum interuallorum ope Arithmeticæ eruantur.

Propofitio I.

Inuenire excessum quo tertia minor fuperat maiorem, & minorem tonum.

Primò ponantur proportiones tertiæ minoris, & toni maioris in minimis terminis, vt fequitur.

Secundò. Multiplica pofitas proportiones decuffatim, & prodibunt 48 ex 6 in 8, & 45 ex 5 in 9, vt vides.

Tertiò. Communem vtriusque producti menfuram inquire, quam inuenies 3. quo & vtrumque diuides prodibuntque quoti 16 & 15. quæ cum fit proportio Semitonij maioris, fequitur neceffariò, tertiam minorem excedere tonum maiorem semitonio maiore.

Exemplum

6 Tertia minor 8



9 Tonus maior 8
45 48

3
15 Semit. maius 16

Propofitio II.

Si verò fcire velis excessum, quo tertia minor fupereet tonum minorem.

Primò. Disponantur termini proportionum minimi, eo modo quo vides.

Secundò. Decuffatim multiplicentur, & producta dabunt 54. 50. quæ proportio fuperbipartiens 25, forma eft semitonij maioris, & commatis; qui per communem aliquam menfuram in minimos numeros, v.g. per 2 diuifi dabunt 27. 25. proportionem fuperbipartiens 25. quæ eft proportio, vt diximus semitonij maioris, & commatis, excessus videlicet, quo tertia minor minorem tonum fuperat, quaefitus.

Exemplum

6 5 tertia minor



10 9 tonus minor

54 50 Semit. maius cum commate

27 25 idem in min. term.

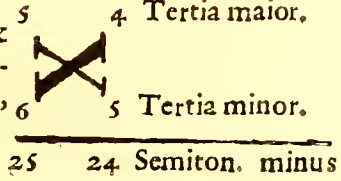
Propositio III.

Excessum, quo Tertia maior minorem superat, inuenire.

Primò ponantur proportionēs vtriusque tertiæ in minimis terminis.

Secundò decussatim in se ducantur, & proueniunt 25 & 24 proportio sesquiuigesimaquarta, in qua consistit semitonium minus, excessus quo maior tertia minorem superat, quæsitus.

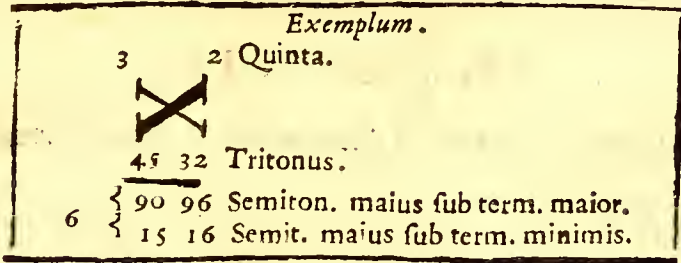
Exemplum.



Propositio IV.

Excessum, quo Quinta Tritonum superat, inuenire.

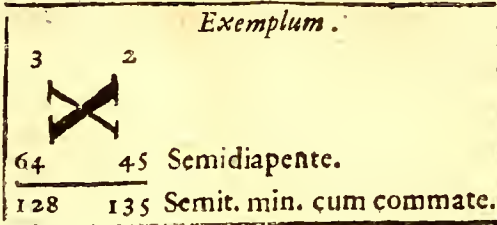
Ponantur proportionēs tritoni, & quintæ in minimis terminis, quos si decussatim multiplices, habebis 96. 90. terminos maioris Semitonij in numeris maioribus siue compositis; Hos si iterum per communem aliquam mensuram diuideris videlicet per 6 prodibunt 16. 15. proportio sesquidecimaquinta, sub qua consideratur semitonium maius, in minimis terminis expressum.



Propositio V.

Excessum quo Quinta semidiapente superat, inuenire.


Ponantur, vt priùs quinta, & semidiapente in minimis terminis, quos deinde decussatim multiplices, prodibitque 138. 128. super 7 partiens 128, in qua proportione consistit semitonium minus cum commate, excessus quæsitus.



Propositio VI.

Subtractione minoris septimæ à maiori, reliquum dabit semitonium minus.


Exemplum.

15	8	Septima maior.	Ducantur numeri in se decussatim quorum producta 72.75 per diuisorem vtrique communem videlicet 3 diuisa dabunt 24.25 reliquū quæritū
			
9	5	Septima minor.	
3 } 72	75	Semitonium minus in numeris maioribus.	
24	25	Semitonium minus in numeris radicalibus.	

Propositio VII.

Subtractione tertiæ minoris à maiori remanet semitonium minus.


Exemplum.

5	4	Tertia maior sesquiquarta.	Ducantur numeri in se decussatim, & prouenient 24.25. semitonium min. reliquū
			
6	5	Tertia minor sesquiquinta.	
24	25	Semitonium minus. Sesquiugesimaquarta.	

Propositio VIII.

Subtractione toni maioris à sexta minore remanet semidiapente.


Exemplum.

8	5	Sexta minor.	Ducantur numeri in se decussatim, & quod prouenit dabit reliquum quod quærebatur semidiapente 45.64.
			
9	8	Tonus maior.	
45	64	Semidiapente.	


Propositio IX.

Subtractione maioris semitonij à quinta remanet Tritonus, & contra Tritono à quinta subtracto remanet tonus maior.

Exemplum I.

3	2	Quinta.	Semitonium maius.
			
16	15	Semitonium maius.	
32	45	Tritonus.	

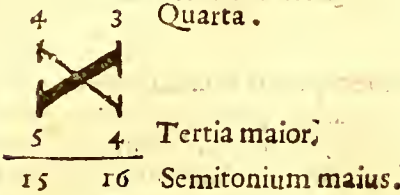
Exemplum II.

3	2	Quinta.	Semit. maius.
			
16	15	Semit. maius.	
32	45	Tritonus.	

Propositio X.

Subtractione tertiæ maioris à quarta remanet semitonium maius.

Exemplum.

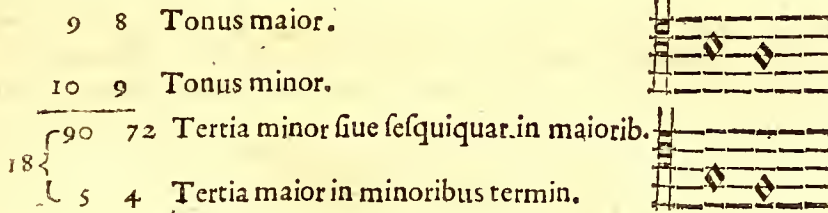


Propositio XI.

Ex additione toni maioris ad minorem summam colligere.

SI velis scire quid resultet ex tonis maiore & minore additis: ponantur dictorum interualloꝝ minimi termini. vt sequitur deinde multiplica numeros perpendiculariter, id est inferiores cū superioribus, & producti 96.72 dabūt tertiam maiorē in cōpositis numeris, quos numeros si per cōmunem aliquam mensurā iterum ad minimos terminos reduxeris. inuenietur 5 & 4 proportio sesquiquarta, quæ tertie maiori competis. Ex additione ergo toni maioris ad minorem nascitur tertia maior siue ditonus.

Exemplum.



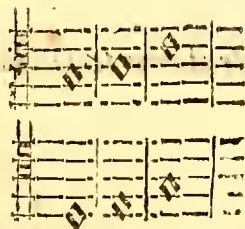
Propositio XII.

Quarta componitur ex Tertia minore & ex tono minore.

Ponantur proportiones tertiæ minoris & toni minoris, deinde 6 ducantur in 10. & producantur 60; 5 verò ducta in 9 producent 45, quæ infra pones vt patet; Si enim hosce numeros per communem aliquam mensuram videlicet 15 diuiseris prodibunt 4 & 3. proportio sesquitertia, ex qua videlicet quarta cōstituitur vti notulæ quoquē demonstrant.

Exemplum .

	6.	5	Tertia minor.	
	10.	9	Tonus minor.	
15	{	60.	45	Quarta in terminis.
		4.	3	Quarta in term. min.

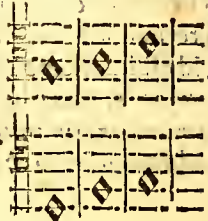


Mirum tamen est hanc eandem proportionem prodire, si tertiam maiorem, Semitonio maiori coniunxeris, vt sequitur: ponantur proportiones tertiæ maioris & semitonij maioris in minimis terminis, deinde addantur vt prius, postea summa per communem aliquam mensuram, videlicet 20 diuidantur, & prodibunt vt prius 4 & 3 proportio sesquitercia quæ quartam siue diatessaron constituit.

Propositio XIII.

Exemplum Genesis quartæ ex tertia maiore & semitonio maiore.

	5	4	Tertia maior siue Ditonus.	
	16	15	Semitonium maius.	
20	{	30	60	Quarta in terminis maioribus siue compositis.
		4	3	Quarta in terminis minimis:



Ex quibus patet, quasdam partes, quibus moderni Musici suis in Concentibus subinde vti solent, non esse perfectas & veras, sed falsas, cum veras comate superent, contentque duobus tonis maioribus, & vno semitonio maiore; ita autem huiusmodi falsas quartas exprimunt.



Propositio XIV.

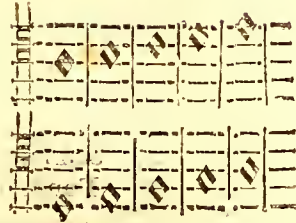
Quinta constituitur ex tertia maiori & tertia minori.

Ponantur proportiones tertiæ maioris & tertiæ minoris in minimis terminis; deinde addantur, producenturque 30 & 20, quæ si per communem aliquam mensuram v. g. 20 diuidantur, prodibunt 3 & 2 proportio sesquialtera, quæ veram quintam constituit.

Exemplum.

Genesis Quinta siue diapente.

5	4	Tertia maior.
6	5	Tertia minor.
<hr/>		
30	20	Quinta in numeris compositis.
10 {		
3	2	Quinta in numeris simplicibus & radicalib.



Propositio V.

Eadem Quinta componitur ex quarta & tono maiore
ut sequitur in exemplo.

Exemplum.

4	3	Quarta siue Diatessaron.
9	8	Tonus maior.
<hr/>		
36	24	Quinta in numeris compositis.
12 {		
3	2	Quinta in numeris radicalibus.

Ex quo patet, quintas his notulis expressas, falsas, imò dissonantes esse, contra cōmune practicum iudicium. Habent enim proportionem diuersam, videlicet, super 13 partientem 27. vt Exemplum A sequens patefacit.

Exemplum.

4	3	Quarta.
10	9	Tonus minor.
<hr/>		
40	27	Forma supertripartientis 27.

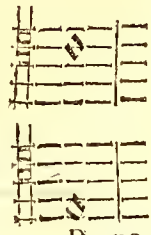


Propositio XVI.

Quarta & tertia minor simul addita faciunt hexachordum minus,
siue sextam minorem.

Exemplum.

4	3	Quarta.
6	5	Tertia minor.
<hr/>		
24	15	Hexachordum siue sexta minor in maior. num.
3 {		
8	5	Hexachordum minus sub minimis terminis.



Propo-

Propositio XVII.

Semidiapente & Tonus maior addita conficiunt sextam minorem ut prius.

Exemplum.

	64	45	Semidiapente.
	9	8	Tonus maior.
	<hr/>		
72	756	360	Hexachordum minus in numeris compositis.
	8	5	Hexachordum minus in numeris radicalibus.



Propositio XVIII.

Quarta & Tertia maior addita simul conficiunt sextam Maiorem.

Exemplum.

	4	3	Quarta.
	5	4	Tertia maior.
	<hr/>		
20	12		Sexta maior in numeris maioribus.
4	5	3	Sexta maior in terminis radicalibus.



Propositio XIX.

Quinta adiuncta tono minori profert sextam Minorem ut prius.

Exemplum.

	3	2	Quinta.
	10	9	Tonus minor.
	<hr/>		
6	30	18	Sexta maior in numeris compositis.
	5	3	Sexta maior in numeris radicalibus.



Propositio XX.

Sexta minor addita semitonio Minori profert sextam Maiorem ut prius.

Exemplum.

	8	5	Sexta minor.
	<hr/>		
	25	24	Semitonium minus.
	<hr/>		
40	200	124	Sexta maior in numeris compositis.
	5	3	Sexta maior in numeris radicalibus.



Propo-

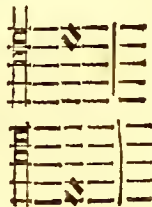
Propositio XXI.

De Compositione septimæ.

Quinta addita Tertie minori dat septimam minorem.

Exemplum.

	3	2	Quinta.	
	6	5	Tertia minor.	
2	}	18	10	Septima minor in numeris maioribus.
		9	5	Septima minor in numeris radicalibus



Propositio XXII.

Additione sextæ maioris & semitonij maioris Heptachordum minus producere.

Exemplum.

	5	3	Sexta maior.	
	16	15	Semitonium maius.	
5	}	80	45	Heptachordum minus in maioribus numeris.
		16	9	Heptachordum minus in numeris radicalibus.

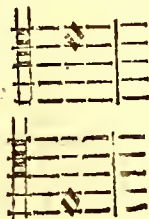
Ex quo patet Heptachordum Veterum commate excedere septimam minorem.

Propositio XXIII.

Additione duarum quartarum producitur quoque heptachordum minus.

Exemplum.

	4	3	Quarta sesquitertia.
	4	3	Quarta sesquitertia.
	16	9	Minus Heptachordum.

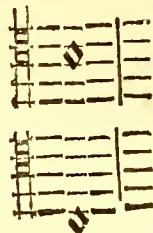


Propositio XXIV.

Additione quintæ & tertie maioris emanat septima maior.

Exemplum.

	3	2	Quinta.
	5	4	Tertia maior.
	15	8	Septima maior.



Propositio X X V.

Additione sextæ maioris & toni minoris nascitur super 23 partientes 27.

Exemplum.

5	3	Sexta maior.
10	9	Tonus minor.
<hr/>		
30	27	Super 23 partientes 27 quæ maiorē septimā superat cōmate.



Propositio X X V I.

De Compositione octauæ siue Diapason.

Additione Quintæ ad quartam resultat octaua siue Diapason.

Exemplum.

3	2	Quinta siue Diapente.
4	3	Quarta siue Diatessaron.
<hr/>		
6	12	6 Octaua in numeris maioribus.
6	2	1 Octaua in numeris radicalibus.

Propositio X X V I I.

Additione minoris heptachordi ad tonum maiorem, nascitur iterum octaua.

Exemplum.

16	9	Heptachordum minus.
9	8	Tonus maior.
<hr/>		
72	144	72 Octaua in numeris compositis.
72	2	1 Octaua in numeris radicalibus.

Ex his, ni fallor, clarè patet, quomodo consonantiæ dissonantiæque componantur, diuidanturque, quo excessu se inuicem superent, superenturque; patet quoque nullam esse consonantiam quæ non in dissonantes partes diuidi possit, quæ coniunctæ iam restituant consonantiam, v.g. Diapason non tantum à Græcis dictum esse, quod in se omnes includat consonantias, sed quod etiam omnes dissonantias contineat, quod inde patet, si enim quis diuiserit diapason in duas dissonantias, inueniet 15 ex vna parte semidiapente, ex altera Tritonum, atque illius quidem proportio est 45 ad 46 huius 32 ad 45. quæ iuncta simul restituant diapason, vt in exemplo

Exemplum.

	45	64	Semidiapente.	
	32	45	Tritonus.	
2	}	1440	2880	in maioribus terminis:
		1440	1440	
	1	2	octava.	

Iterum octava in septimam maiorem qui est, vt 5 ad 9, & tonum minorem, vt 9 ad 10, vel in septimam minorem, & tonum maiorem diuidi potest. Nota secundo tonus maior, quo quinta excedit quartam, vsui erat apud Græcos in separatione tetrachordorum, vt postea videbitur, neque alium præter hunc narrant Pythagorici: Semitonium maius cum nihil aliud sit quam excessus, quo quarta superat tertiam maiorem, maxime necessarium est Musicæ; huius enim ope diuersæ species Quartæ, Quintæ, Octauæ stabiliuntur.

TONVS MINOR ex duobus semitonijis maiore & minore compositus, seruit ad compositionem tertie maioris, neque alius tonus in genere diatonico habetur præter hunc maiorem & minorem, & cum quarta ijs constet, sufficit is ad totius Musicæ diatonicæ intelligentiam. Ponunt hoc loco ad meliorem rerum explicationem nonnulli tria semitonia maximum, medium, maius; Maximum, vt 25 ad 27 superat medium, vno commate; Secundum siue medium, vt 128 ad 135 commate superat maius. Tertium est paulò minus medio, estque differentia inter Quartam & duos tonos maiores, diciturq; Limma Pythagoricum. estq; vt 243 ad 256. cuius vsus erat, ad complendam quartam post duos tonos maiores, superaturque à minori semitonio commate, alij alias subdiviisiones faciunt.

Triples semitonium

Limma Pythagoricum

Verum cum de hiscè alibi tractemus, superuacaneum esse ratus sum in negotio intricatissimo, & ad propositum nostrum non ita faciente, tempus terere. Ad propositum igitur

TONVS MAIOR, additus ad quartam constituit quintam, excessusque est, quo quinta quartam superat.

TONVS MINOR excessus est, quo quarta superat tertiam minorem.

SEMITONIVM, mediū inter maius & minus, se habet vt 135 ad 128; estq; excessus, quo superat tonus maior Semitonium maius; Semitonium verò minus superat commate, occurritque, cum tritonus, qui est motus ex *F fa*, vt in *h mi*. superat quartam ex *F fa*, vt in *b fa*. hoc semitonio medio.

Verum, vt differentias interuallorum minimorum videas, hinc tabulam apponimus, in qua, quæcunque hucusque dicta sunt, clarè veluti in synopsis quadam intuearis.

Vt igitur habeas excessum, quo duo quælibet interualla se mutuò superant, formas eorum in se duces decussatim, & habebis excessum, quo se mutuò superant, vti patet in numeris vniciuique subscriptis. V. g. tonus maior 9. 8. & tonus minor 9. 10 in se ducti decussatim produciunt 80 & 81 comma, quo sese excedunt; Idem statuendum de reliquis exemplis.

Intervalla Minora.

Semit.	Ton. ma.Sem.min.	Ton.min, Sem.mai.	Sem. mai. Diesis.
8 9 Sem. X min.	8 24 X	9 15 X	15 125 X
maius 9 10	9 25	10 16	16 128
Exc. 80 81 com.	25 27 excels.	24 25 excels.	24 25
Ton.mai.Sem.min.	Ton. maior Diesis.	Ton. min. Diesis.	Sem.maius Com.
8 15 X	8 125 X	9 125 X	15 80 X
9 16	9 128	10 128	16 81
Exc. 128 135 excels.	1024 1025 exc.	576 625	223 256
Ton.ma.Lim.Pyth.	Sonusma.Comma.	Sem.ma.Sem.min.	Sem. min. Diesis.
8 243 X	8 80 X	9 24 X	24 125 X
9 256	9 81	10 25	25 128
Exc. 2048 2187 exc.	9 10	125 128	3072 3125

CAPVT. VIII.

De origine Systematis & tetrachordorum.

VT maiorem in opere nostro harmonico ordinem seruaremus, hoc loco primum, quid genera, quid systemata, quid tetrachorda sint, & quomodo à Musicis accipiantur, explicare visum est, ne in sequentibus, vbi frequens terminorum mentio fit, lector moram patiatur.

Sciendum igitur primò est adeò simplicem fuisse Musicam Veterum, teste Nicomacho apud Boëtium, vt quatuor neruis tota constaret, quod quidem vsque ad Orpheum durauit; porro tale ex quatuor chordis corpus, tetrachordum appellabant. deinde paulatim in pentachordum, hexachordum, heptachordum, octochordum, enneachordum, decachordum, hendecachordum, dodecachordum, denique in 14 chordas excreuit. Quibus deinde addita decimaquinta chorda diatessaron impleuit, quæ & *πενταμυσοῦτον* dicta est, quasi diceret assumptam, quæ quidem Veterum simplicitas posteritati tantopere placuit, vt in hanc diem prisca chordarum in tetrachorda manserit partitio. Sunt autem tetrachorda nihil aliud quam 4 chordæ iuxta 4 diatessaron siue Quartæ sonos, aut voces extensæ, eorumque in toto scalæ ordine græco quinque ponuntur, quorum singulorum ratio est sesquitercia, & consonantiam habent diatessaron, id est quartam *mi, la*.

Guido voces notariū musicaliū inuenit.

Porro Guido Aretinus eximius sui temporis Musicus, vt Musicam cultiorem, & vocibus aptiorem redderet, vocū quædam signa inuenit, quas partim figuris (quas nunc Notas vocant) partim syllabarū appellatione expressit; ex quibus sex sunt in vsu. *ut, re, mi, fa, sol, la*. ex hymni ecclesiastici capitalibus syllabis desumptæ, vt sequitur.

Vt queant laxis.

Re sonare fibris.

Mi ra gestorum,

Fa muli tuorum,

Sol ue polluti.

La bi reatum,

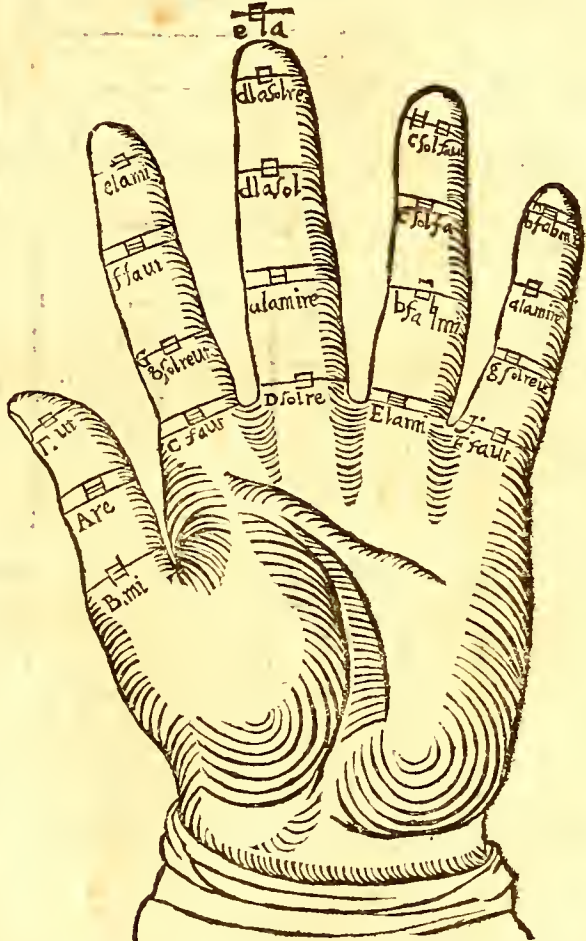
O Pater alme,

Quas

Quas nunc frequentiore verbo appellant signa, signo pro re significata vtentes; sedes autem harum vocum Clauēs nominant, distinctas linea ac spacio in cantibus, ac æquis quidem dimensionibus linearum parallelarum ad oculum, cū voces tamen inter se non omnes æquo interuallo distent; Quos igitur Veteres neruos siue chordas, has, voces appellauit Aretinus; quibus & vsus est loco chordarum, dum in ordinem tanquam in scalam quandam ad græcam olim tetrachordorum dispositionem redegit, quem tota posteritas deinceps secuta est; ita autem processit.

In infimo gradu in linea posuit vocem *ut*, prænotatâ tertiâ Græcorum literâ *r*, vt ex Græcorum monumentis Musicam se instaurasse ostenderet; Proximè deinde in spacio supra lineâ primâ posuit vocem *re*, præpositâ literâ *A*; rursus deinde in secunda linea vocem *mi*, cum littera *B* præposita, quam nonnulli ad differentiam *B* rotundi quadratū ponūt hac ratione *b*. Et sic deinceps ordine in scala posuit reliquas voces vt in figura apparet; Posteriores verò Musici, omnia hæc ingenioso sanè compendio in

ee
dd
cc
bb
aa
g
f
e
d
c
b
a
G
F
F
D fol
G la vt
B mi
A re
r vt



Manus musica dispositionem vocū clauium perfectè exhibens,

manu exhibuerunt, quam hic in gratiam curiosi lectoris quoque apponendam duximus. Verūm, vt hæc vocum clauiumque ingeniosa dispositio cum Græcorum systemate melius compareat; hic typum vniuersalem quoque apponere voluimus, vt sic curiosus lector vnâ veluti synopsis vtriusque systematis scalam, coram intueretur.

Explicatio Figurae.

IN prima columna sunt nomina tum chordarum, tum tetrachordorum; In secunda ratio numerorum unicuique competentium. Tertia claves Guidonianæ nervis correspondentes. Quarta interuallosum denominationes. Quinta vocum variam dispositionem.

Sunt autem claves naturà distinctæ septem, ac totidem literis a, b, c, d, e, f, g, notatæ, per repetitionem verò 20 fiunt, hoc discrimine à Musicis pictæ, masculis quidem formis primæ septem post *r*, & sequentes deindè septem minusculis; Porro extremæ quinque geminatis; atque inde dicimus A magnum siue graue, a paruum siue acutū, Aa geminatum, & sic de reliquis clauibus eodem modo; Distantia quoque clauium maximè cōsideranda est; Nā sicuti clavis à proxima distat secūda, à tertia tertia, à quarta quarta, & sic deinceps, ita vt in vniuersum eiusdem speciei littera quæuis à proxima, octaua distet, veluti *r. ut.* à *G sol. re ut*; A ab *ala. mi. re.* ac inde de reliquis eodem coniectandum modo; de octauis enim idem est iudicium. quod cūm de vocibus, tum non minus de natura cantūs intelligitur. Quæcunque enim voces in *G sol, re,* sunt, in *r ut,* etiam rectè cantari possunt. Et quæ in *A la mi re,* eodem in *A re,* quæ in *B fa b mi,* eæ itidem in *b mi,* nec dissimiliter de extremis iudicandum. Poterat enim hæc clauium dispositio in infinitum extendi, eà seruatà lege, quam dicta iam regula innuit, necesse tamen erat, vt alicubi esset initium, alicubi finis, ita si notula aliqua infra *r ut,* poneretur, dico respiciendum esse ab ea octauam clauem; vti enim infra *G sol re ut,* est *F fa, ut,* ita infra *r ut,* immediatè ponenda esset *F fa ut,* tametsi humana vox hosce limites non egrediatur; sed iam ad explicationem systematis propriam accedamus.

Quinque igitur tetrachorda in toto systemate scalæ ordinantur; Primum tetrachordon τῶν ὑπατῶν, id est principalium chordarum incipit post προσλαμβανομένην, continetque quatuor nervos quorum nomina sunt ὑσατὴ ὑπατῶν, παροπτήνη ὑπατῶν, λυχνὸς ὑπατῶν, & ὑπατὴ μεσῶν, quibus in Scala Guidonis respondent totidem claves b C D E cum totidem vocibus *mi, fa, sol, la,* vt sequitur.

I. TETRACHORDON ὑπατῶν siue principalium chordarum.

- Prima chorda ὑσατὴ ὑπατῶν siue principalis principalium est, cui respondet clavis _____ b. & vox *mi*.
- Secunda chorda παροπτήνη ὑπατῶν id est sequens principalis principalium est, cui respondet _____ C. Clavis & vox *fa*.
- Tertia chorda λυχνὸς ὑπατῶν id est disiunctiua principalium est, cui respondet clavis _____ D. & voces *sol, re*.
- Quarta chorda ὑπατὴ μεσῶν id est principalis mediarum est, respondetque clavi _____ E. eius vox *la*.

II. TETRACHORDON τῶν μεσῶν id est mediarum chordarum connexum priori, gaudent enim communi chorda.

- Prima chorda ὑσατὴ μεσῶν id est prima mediarum est, respondetque clavi _____ E. vox eius *la, mi*.
- Secunda chorda παροπτήνη μεσῶν id est proxima prima mediarum est, respondetque _____ F. vox eius *fa, ut*.
- Tertia chorda λυχνὸς μεσῶν, id est disiunctiua mediarum est, & respondet _____ G. vox eius *sol, re, ut*.
- Quarta chorda μέση id est media dicitur, respondetque clavi _____ a. vox eius *la, mi, re*.

III. TETRACHORDON τῶν συνημμένων id est connexarum, habet autem has quatuor chordas.

- Prima chorda dicitur μέση id est media, respondetque clavi scalæ a. vox eius *la, mi, re*,
 Secunda chorda dicitur τρίτη συνημμένη id est tertia connexarum, habetque clauem. b. vox eius *fa*.
 Tertia chorda παραμύτη συνημμένη id est proxima prima connexarum habet c. vox eius *sol, fa, ut*.
 Quarta chorda πρώτη συνημμένων id est extrema connexarum clauemque habet d. vox eius *la, sol, re*.

IV. TETRACHORDON τῶν διαζευγμένων id est disiunctarum, quod cum prioribus non coniungatur, sed à mese tono distet.

- Prima chorda παραμύση, id est proxima mediarum, clauem habet b. vox eius *mi*.
 Secunda chorda τρίτη διαζευγμένων, id est tertia disiunctarum signatur c. vox eius *sol, fa, ut*.
 Tertia chorda παραμύτη διαζευγμένων id est proxima neti disiunctarum d. vox eius *la, sol, re*.
 Quarta chorda πρώτη διαζευγμένων, id est extrema disiunctarum — e. vox eius *la, mi*.

V. TETRACHORDON τῶν ὑπερβολαιῶν id est chordarum excellentium, quod communem cum præcedenti neruum obtinet.

- Prima chorda πρώτη διαζευγμένων id est extrema disiunctarū signatur e. vox eius *la, mi, re*.
 Secunda chorda τρίτη ὑπερβολαιῶν, id est tertia excellentium signatur f. vox eius *fa, ut*.
 Tertia chorda παραμύτη ὑπερβολαιῶν id est proxima excellentium, g. vox eius *sol, re, ut*.
 Quarta chorda πρώτη ὑπερβολαιῶν id est acutissima siue extrema excellentium — Aa. vox eius *la, mi, re*.

Atque hæc sunt quinque tetrachorda veterum Musicorum, ad quorum dispositionē scalam manumque suam harmonicam Guido primus ingeniosè ordinauit, in qua vides tetrachordum *συνημμένων* siue coniunctarum, ita ductum esse, vt in chorda μέση in qua finit tetrachordon μέσων in eadem incipiat tetrachordon *συνημμένων*, id est coniunctarum, ita vt chorda μέση siue media sit vltima tetrachordi secundi, & prima tertij id est connexarum. Tetrachordum verò *διαζευγμένων* vel disiunctarum, dicitur, quod à mese siue ab vltima secundi tetrachordi seiungatur integro tono; Quæri autem hoc loco possiet, cur infra hypaten hypaton, tonum integrum posuerit Guido.

Respondeo hoc ideò factū esse; Cùm enim duo inferiora tetrachorda ὑπατῶν καὶ μεσῶν integrum diapason non omninò conficerent, ideò ijs in radice annexum esse tonum, sicuti, & à mese ad paramesen; vt hoc pacto diapason systema vtrinque completum, duo deinde simul tetrachorda connexa, disdiapason à proflambanomeno ad neten, hyperboleon maximum in Musica systema constituerent. Quæ omnia luculenter quoque ex numeris vnicuique chordæ ascriptis patent; Vbi vides numeros proflambanomeno, & mese adscriptos 9216. 4608, in dupla proportione esse, & perfectam octauam cōstituere; cùm autem à proflambanomeno ad neten hyperboleon sit disdiapason, siue duplex octaua, necessariò numeri proflambanomeno, & netæ hyperboleon ascripti 9216 ad 2304, erunt in proportione quadrupla; ita numerus 9216 proflambanomeni ad numerum hypatemeson 6144 est in proportione sesquialtera, & diapente indicat. Numerus verò hypati meson 6144, ad mesæ adscriptum numerum 4608 in sesquitertia proportione cùm sit, diatessarion cōstituet; Non secus reliqui numeri singulas interuallorum proportiones, tonorum videlicet, & semitoniorum indicabunt. Quæ omnia cùm exactissimè ob oculos exhibeat typus systematis vniuersalis, ad eum lectorem

rem amandandum duximus; Cur verò proportionēs interuallorum non in minimis, & radicalibus terminis, sed maximis exhibeantur, idè factum est, vt commodiùs minores toni partes, vt sunt, commata, schismata, diaschismata, assignaret Guido: Ita videbis numerum 4608 mese adscriptum, ad numerum 4374 trite synnemenon adscriptum, referre proportionem diefos siue semitonij minoris, hunc verò ad numerum paramese adscriptum 4096 Apotomes rationem habere, id est commatis cum diefi, & sic de cœteris; Quæ omnia systema examinanti clariùs patebunt.

De tribus modulandi generibus.

TRiplex modulandi genus ab Autoribus assignatur, quo, quicquid in vniuerso musicæ ambitu est, continetur, estque *Diatonicum, Chromaticum, Enharmonicum*, DIATONICVM est illud quod per duos tonos, & semitonium minus, id est *diatonus* incedit. CHROMATICVM à coloribus dictum, quod Veteres hoc à diatonico diuersis coloribus contrà distinguebant, proceditque per semitonium, & semitonium, & semiditonum. Tertium ENARMONICVM est, quod per Diesin & diesin, & Diſonum procedit; Verùm cum de hisce tribus generibus in sequentibus fusius simus ratiocinaturi, nihil aliud hic præstare visum est, nisi vt loco fusioris discursus totius suscepti negotij typum exhibeamus.

Typus Tetrachordi Diatonico-Chromatico-Enarmonici.

	6144	6144	6144
E	Hypate meson	Hypate meson	Hypate meson
D	6912 6144	7296	
	Lychanos hypat.	Lychanos hypat.	
C	7776	7776	7776
	Parhypate hypat.	Parhypate hypat.	Lychanos hypatō
b	Hypate hypaton	Hypate hypaton	Parhypate hypat.
			Hypate hypaton
	8192	8192	8192.
	DIATONICVM	Chromaticum	Enarmonicum

C A P V T. I X.

De Algorithmo Harmonico characteristico siue Zyphrato
ac primo quidem de vocum in scala vtraque
per numeros ordinatione.

Cùm Musicam Arithmeticæ subalternatam in primo libro ostenderit; easdem quoque Arithmeticæ leges eam seruare necesse est; & quamuis multi hanc tractauerint, vt Iordanus, Boëtius, Stiphelius &c. Nos tamen eorūdem vestigijs insistentes eandem & maiori methodo, & reconditori vsuique aptiori doctrina eam hoc loco tractandam suscepimus; Ne tamen in negotio sat obscuro confusè procedamus in scala communi eaque duplici *dura*, & *molli* siue quod idem est vera, & ficta, artificium nostrum arithmetico-harmonicum exhibebimus; & quoniam multi irrationales numeri in huiusmodi tractatibus passim occurrere solent, eos communi hoc $\sqrt{\quad}$ signo Cossicorū numerorū signaculo indigitabimus; ne quicquam; quod lectorem prima fronte offendere possit, proferatur. Sed antequàm vltteriùs progrediamur primo de systematis siue scalis tractabimus; vt sequentia in offenso pede persequi possimus.

Supponimus autem Primò scalam musicam duplicem, duram, & mollem, quam nonnulli veram quoque & fictam muncupant. de vtriusque dispositione nobis negotium est.

Quicumque igitur progressionem Musicam disponere voluerit iuxta priorem scalā, is à dupla prima simplicissimaque consonantiarum omnium suæ numerationis ducat exordium: est enim hæc, vt supra quoque ostensum fuit, prima proportionum omnium, si earum ex numeris consideres ortum. Eius enim termini proprii inter numeros minimi sunt; Binarius enim relatus ad vnitatem, duplam constituit proportionem, sub qua interuallum ipsius diapason inuenitur, vt hic vides.

G.	<i>Sol. re ut.</i>	1	}	diapason,
F	<i>ut</i>	2		

Diapason
omnes consonantias
& dissonantias in se
complicat

Estque hoc interuallum scalæ perfectissimum omnia reliqua interualla complicans. ita vt quicquid vltra ipsum inuenitur in scala nihil aliud esse censeatur, quàm repetitio eorum, quæ intra ipsam sunt reposita; Sic enim voces hominum, & instrumenta musica, incundo aurium iudicio, naturæ numerorū respondent.

Porro si vterque terminus proportionis dupletur, inter duplato terminus cadet ternarius, qui diapason in diapente, & diatessaron diuidit.

Diapente
& diatessaron omnium reliquarum maximæ.

Atque hæc duæ consonantiæ omnium reliquarum, quæ in scala considerari possunt, interuallorum metra sunt; Mirumque sanè est, proportionem in sua specie omnium minimam, in proportiones duas, quæ in sua specie sint maximæ, diuidi, & quantum attinet ad scalam, esse perfectissimi interualli præcipuas partes diuisionis. Veruntamen, vt admirabilem huius negotij processum luculentius videamus, omnia ordine demonstranda duxi.

Propositio I,

Diapason in Diapente, & Diatessaron diuidere.

Cùm diapason in dupla consistat proportione, duplentur termini minimi huius proportionis 1. & 2. nascenturque 2. & 4, quorum intermedius ternarius dabit quæsitum, stabitque exemplum ita,

G	2	}	diapente.
C	3		
r	4	}	diatessaron.

vbi vides 2 ad 3 sesquialteram, hoc est diapente, 3 verò ad 4 sesquiterciam, id est diatessaron proportionem constituere; Atque ex hisce proportionibus omnia reliqua scalæ interualla nullo pene negotio indagabis eà, quæ sequitur, ratione.

Propositio I I.

Locum diatessaron supra C sol, fa, vt, in scala inuenire.

Primò multiplica imparem numerum præcedentis dispositionis, videlicet ternarium inter 2 & 4 medium, in se, & prouenient 9, cui in scala respondet F. Diatessaron supra C. quæsitū. Reliquos numeros clauibus r. C. & G. respondentes ita inuenies: prioris dispositionis numeros inter se multiplica, v. g. qui in priore dispositione G & r adscripta sunt, duces in se, scilicet 2 in 4 & prouenient 8 pro G. iterum 3. C. adscripti ducantur in r 4 & prouenient 12 pro Clauis C. deniq; r 4 in se ducantur prouenientque 16 r adscribenda, stabitque exemplum, vt sequitur.

G	8	}	Tonus.	G	8	}	Tonus.
F	9		Diatessaron.	F	9		
C	12	}	Diatessaron.				
r	16						

Propositio I I I.

Locum diapente infra F. 9. paulò ante inuentam Clauem reperire.

SI itaque diapente infra F. inuenire desideres, ita age: duc 3. maiorem sesquialteræ proportionis terminū in 9. paulò ante inuentū numerum imparem, clauis F adscriptum, & prouenient 27. quæ respondent B. molli; Vt iam reliquarum clauium proportionem habeas, ita operare. Multiplica singulos præcedentis dispositionis numeros per 2. (excepto 9. qui numerus iam inuentus est 27.) id est G 8, F 9, C 12, & r 16 per 2. multiplicentur, scilicet minorem proportionis sesquialteræ terminum, & prodibit dispositio numerorum, prout sequitur.

G	16	}	Tonus.
F	18		Diatessaron.
C	24	}	Tonus.
B molle	27		Semiditonus.
r	32		

Q

Pro.

Propositio IV.

Clauem D. supra r ut, siue quod idem est, diapente supra r ut, in scala reperire.

Multiplica 32 F adscripta per 2 minimum sesquialteræ proportionis terminum, & prodibunt 64 quæ respondet clauis D. diapente quæ sita, vt verò reliquarum clauium proportiones habeas, per maiorem proportionis sesquialteræ numerum, videlicet 3, singulos præcedentis dispositionis numeros (. excepto 27 .) multiplicabis, & prodibunt numeri clauium iuxta dispositionem, quæ sequitur,

G	48	}	Tonus,
F	54		Semiditonus.
D	64	}	Tonus.
C	72		Tonus.
B fa	81	}	Semiditonus.
F	96		

Propositio V.

Infra D. clauem paulò ante inuentam, diatessaron assignare

Paulò ante inuenta clauis, & numerus fuit D. 64, Infra hunc igitur in scala diatessaron ita reperies; multiplica 64 per 4 maiorem sesquiteritiæ proportionis terminum, & prodibunt 256 numerus diatessaron quæ situs, qui & respondet A. reliquos numeros singularum clauium reperies, si minorem proportionis sesquiteritiæ terminum, videlicet 3 duxeris in præcedentis dispositionis clauium numeros. ita 3 ducta in 4 clauis G, producent clauem G. 144, & sic de cæteris cuius hæc est dispositio.

G	144	}	Tonus.
F	162		Semitonus.
D	192	}	Tonus.
C	216		Tonus.
B fa	243	}	Semitonium minus,
A	256		Tonus.
F	288		

Propositio VI.

Supra clauem A. paulò ante inuentam, in scala assignare diapente.

Paulò ante inuenta clauis cum suo numero fuit A 256, supra quam, vt diapente habeas; 2 minorem proportionis sesquialteræ numerum duc in 256, & prouenient 512, cui respondet clauis E, diapente supra A quæ situm; reliquos singularum clauium numeros habebis, si 3. maiorem terminum proportionis sesquialteræ, in præcedentis nume.

dispositionis numeros duxeris, vt exēplum docet, ita 3 ducta in 243 quæ in præcedenti systemate B, respondent, producent B, in hoc systemate sequenti; hoc pacto 3 in C, 216 ducta dant C, 648. Iterum 3 in D. 192 ducta dabunt D, 576. & sic de cæteris :

G	432	} Tonus.
F	436	} Semitonium minus,
E	512	} Tonus.
D	576	} Tonus.
C	648	} Tonus.
B	729	} Semitonium minus.
A	768	} Tonus.
F	864	

Propositio VII.

Infra E, inuentam clauem diatessaron assignare,

Paulò ante inuenta clauis, & numerus fuit E. 512. duces igitur 4 in 512 maiorem videlicet terminum proportionis sesquitertiæ in clauem paulò ante inuentam, & prodibunt 2048 quæ respondent E mi diatessaron quæsito. reliquos clauium numeros habebis, si singulos præcedentis dispositionis numeros per 3 minorem terminum proportionis multiplicaueris, vt sequitur.

4 diates.
3 sesquit.

G	1296	} Tonus.
F	1458	} Semitonium minus.
E	1536	} Tonus.
D	1728	} Tonus.
C	1944	} Semitonium minus.
b dur	2048	} Semitonium maius.
B fa	2187	} Semitonium maius.
A	2304	} Tonus.
r	2592	

Habes igitur hic diapason siue integram octauam cum singulis clauibus, & tetra- chordis, completamque progressionem musicam, quam in infinitum protendere potes, producendo diapason ex diapason, vt scala docet. Vbi vides quàm mira ratione, & solertia ex solius diapente, & diatessaron ope varia remissione singularum clauium sedes, & loca inuestigentur :

Porrò si commutentur clauis capitales, siue hypatæ in netas seu geminatas nihil aliud restat nisi, vt duplatis singulis numeris illis, constituatur diapason acutarum clauium, & ex hoc principalium literarum diapason, quod sola duplicatione numerorū præstabitur : stabitque tota scala completa, in proprijs, & minimis terminis, vt sequitur.

Scala musica.

gg	1296	> Tonus.
ff	1458	> Semitonium minus.
ee	1536	> Tonus.
dd	1728	> Tonus.
cc	1944	> Semitonium minus.
bb	2048	> Semitonium maius.
bb	2187	> Semitonium minus.
aa	2304	> Tonus.
g	2592	> Tonus.
f	2916	> Semitonium minus.
e	3072	> Tonus.
d	3456	> Tonus.
c	3888	> Semitonium minus.
b	4096	> Semitonium maius.
b	4374	> Semitonium minus.
a	4608	> Tonus.
G	5184	> Tonus.
F	5832	> Semitonium minus.
E	6144	> Tonus.
D	6912	> Tonus.
C	7776	> Semitonium minus.
b	8192	> Tonus.
A	9216	> Tonus.
f	10368	> Tonus.

Si vero volueris r vt, descendere, tunc oportet B molle seruare etiam in grauibus, ea ratione, qua b molle in acutioribus ponitur, & bb, in excellentibus. Hoc enim pacto ex abscissione semitonij maioris mitescit tritonus, siquidem natura numerorum, & ratio sonorum semper diapason gignit ex diapason, vt dictum est.

Examen huius scala.

⁹/₈ Tonus.

SI quispiam scire velit, an tonus sit inter ee, & dd, id est inter 1536, & 1728. accipe minimos illius proportionis numeros, quales sunt 8 & 9. hoc peracto diuides minorem per minorem, & maiorem per maiorem, & si idem numerus proueniat, verus terminus toni indicium prodibit, ita 1536 per 8, & 1728 per 9, diuisa vtrumque quotientem relinquent 192. vt in exemplo apparet.

$$\begin{array}{r} 1536 \\ \hline 8 \end{array} \quad \left(\begin{array}{l} 192 \text{ quotiens,} \\ \\ \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 1728 \\ \hline 9 \end{array} \quad \left(\begin{array}{l} 192 \text{ quotiens.} \\ \\ \end{array} \right.$$

Quem-

Quemadmodū verò per 8, & 9 tonus probatur, ita & reliqua interualla per appropriatos sibi numeros & proportiones, vt sequitur.

Semitonium maius	_____	}	per	2048	&	2187
Semitonium minus	_____			243	&	256
Semiditonus	_____			27	&	32
Ditonus	_____			64	&	81
Diateffaron	_____			3	&	4
Tritonus	_____			512	&	729
Semidiapente	_____			729	&	1024
Diapente	_____			2	&	3
Semitonium cum diapente	_____			81	&	128
Tonus	_____			16	&	27
Semiditonus cum diapente	_____			9	&	16
Ditonus cum diapente	_____			128	&	243
Semidiapason	_____			2187	&	4096
Diapason	_____			1	&	2

Verùm totam hanc operationē vnica synopsi in sequenti figura ob oculos ponimus.

Schema interuallorum.

diapason	on	bb	2187	bb	semidiapason siue		septima minor
	cum diapente	aa	2304	aa	semiditonus cum		
	ditonus	gg	2592	gg	semitonium cum		
	tonus	f	2916	f	semidia-		
	dia-	e	3072	e	diateffa-		
	tr-	d	3456	d	pente		
	di-	c	3888	c	tonus		
	tonus	b qu.	4096	b	semidi-		
tonus	b	4374	b	tonus			
				mi.			

In hac figura deprehendes ex bb, in b, diapason, siue octauam, ex aa, ad b, ditonū cum diapente; ex g in b tonum cum diapente; ex f in b diapente; ex e in b tritonum; ex d in b ditonum; ex c denique in b tonum; Ex altera verò parte ex b quadrato ad c semitonium minus; ex b quadrato ad d semiditonum; ex b quadrato in e diateffaron; ex b quadrato in f semidiapente; ex b quadrato in g semitonium cum diapente; ex b quadr. in aa semiditonum cum diapente; ex b quadr. denique in bb semidiapason. Vides igitur quam pulchrè sibi ea quæ hucuiusque dicta sunt in hac figura consentiãt.

CAPVT X.

De progressionē quæ fit iuxta scalam Musicæ fictæ siue,
vt vulgo loquuntur accidentalem.

Progressio quæ fit iuxta scalam Musicæ fictæ, eadem prorsus habet quæ superior illa Musicæ veræ scala: scilicet, scala Musicæ veræ, progreditur iuxta progressionem tetrachordorum in clauicordio, vbi semper duos integros tonos sequitur semitonium minus, & ne tritonus obstat, inuenitur tonus suo loco diuisus in semitonium minus, & semitonium maius, vt satis est significatum, atque illa est progressio Musica propriè.

Habet igitur progressio Musica, iuxta scalam fictam, easdem proportiones omninò, sed ita vt subiaceant vltiori diuisioni: ita videlicet, vt nullus tonus remaneat, qui non diuidatur in semitonium minus, & semitonium maius, sicut vides factum in sequenti hac diapason diuisione.

Diapason iuxta dispositionem Scalæ accidentalis.

gg	165888	} Semitonium maius
	177147	} Semitonium minus
ff	186624	} Semitonium minus
	196608	} Semitonium maius
ee	209952	} Semitonium minus
	221184	} Semitonium maius
dd	236196	} Semitonium minus
cc	248832	} Semitonium minus
bb	262144	} Semitonium maius
bb	279936	} Semitonium minus
aa	294912	} Semitonium maius
	314928	} Semitonium minus
g	331776	

Poteris iam ex his excellentibus seu geminatis clauibus, seu clauium numeris totâ scalam facillè complere, videlicet singulos numeros duplândo, vt superiùs indicatum est. Hæc autem diuisio huius diapason facta est, vt superior videlicet per diapente, & diatessaron, imò hæc ex illa superio est facta, scilicet à numero impari, quem vides positum cum B. fa, facta est intensio ipsius diatessaron, &c. Et sic deinceps semper fit, vt ab impari incipias: vbique autem habebis vnum impar em solum. Item hoc semper fit deinceps, vt diatessaron intendatur, & nunquam remittatur: diapente verò remittatur, & nunquam intendatur. His igitur regulis vtens, errare non poteris.

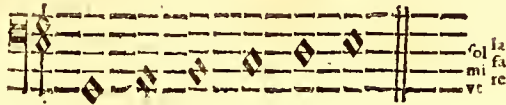
Vides hîc etiam quâ ratione Musici FA canant sub clauibus, quarum dictiones FA non continent. Item quâ ratione Mi non admittatur in singulis clauibus, quemadmodum fa, admittitur.

Item vides qua ratione Musica ficta, dicatur ficta. Neque enim ita intelligi debet, quasi opponatur Musicæ veræ tanquàm fictio rei, quæ non extet: sed quod ficta Musica, ultra scalam communem, aliam requirat diuisionem diapason, atque aliam scalæ dispo-

dispositionem. Itaque si syllabas seu voces respicias, fictio esse videtur: at si rationem numerorum spectes, res est, & ars, quæ musicis regulis nequaquam aduersatur, quæ esset si fictio rei non existentis.

Vides etiam ex ratione numerorum, tonum non esse tono duriore aut molliore, neque vllum aliud interuallum altero interuallo: quod numerorum ratio indicat sibi esse æquale, nisi forte duritiem, vel mollitiem iudices penes attenuationem vocis. Ratio verò hæc numerorum graue, & acutum indicat. Sicut autem alia ratione numerorum inter voces longas & breues, ita alia ratione numerorum iudicamus inter vocem grandem & attenuatam, & nihil horum est quod non habeat rationem suam ex numeris. Satis autem constat graciliores chordas cytharæ, nō tantū acutiores grossioribus reddere sonos, sed etiam magis tenues. Huius autem digressionis occasionem præstitit mihi musicorum diuisio illa, quæ sex voces musicales diuidunt in tres diatessaron, hoc modo.

la h dur.
sol natur
fa b mol
mi h dur.
re natur
vt b mol



vt re mi fa sol la

Vocant autem semitonij minoris vocem acutiorem, mollem: grauiorem verò vocē eius vocant duram. Et quāuis nulla clauis dictio, quæ *la* habet, admittat vocem *fa* aut *vt*, admittit tamen vocem *mi*. Item nulla dictio quæ vocem, *vt* habet, admittit vocem *mi*, aut *la*, cū admittat *fa*. Hac ratione censuerunt *la* esse vocem durā, eo quod videatur quandam cognationem habere cum voce *mi*, quemadmodum vox, *vt*, videtur esse cognata voci *fa*. Sic *sol* & *re* naturales voces vocant: hæ enim neque *b* durarum neque *b* mollium amicitiam vitant, quanquam *sol* magis inclinet se ad *b* molles. Licet enim nunquā commisceatur voci *mi*, commiscetur tamen voci *la*. sic *re* nunquā commiscetur voci *fa*, at voci, *vt*, commiscetur. Vides certè, vt hæc speculatio Musicorum non versetur circa rationes numerorum, sed circa syllabas dictionum ipsius scalæ, &c.

Alia progressio, id est, alia diuisio diapason in commata, & semitonia minora, ex Stifelio deprompta.

gg	42467328	}	Comma	
	43046721		Semitonium minus	
	45349632		Semitonium minus	
ff	47775744	}	Semitonium minus	
	ee		50331648	Comma
	51018336		Semitonium minus	
dd	53747712	}	Semitonium minus	
	56623104		Comma	
	57395628		Semitonium minus	
	60466176		Semitonium minus	

Semi-

ce	63700992	} Semitonium minus
b du.	6708864	} Comma
	68024448	} Semitonium minus
bb	71663616	} Semitonium minus
aa	75497472	} Comma
	76527504	} Semitonium minus
	80621568	} Semitonium minus
g	84934656	}

Potes etiam, & hanc progressionem commatum, & semitoniorum minorum extendere, vsque ad r vt, per duplicationem singulorum numerorum.

Recifa harmonica
quid?

Est autem Comma differentia qua semitonium maius superat semitonium minus; Posses iam etiam facere progressionem Reciforum, & Commatum. Sunt autem triplicia recifa. quædam sunt prima, quædam sunt secunda, & quædam sunt tertia. Est autem recifum primum differentia semitonij minoris supra comma, vti:

134217728

129140163

Et recifum secundum est differentia, qua recifum primum superat comma, vti:

1899942885796928

1852997966631841

Recifum tertium est differentia, qua recifum secundum superat comma, vti:

996117255708699787264

984759092384792212881

Ex his patet, quod adhuc aliæ, progressiones musicæ possent poni, videlicet commatum, & semitoniorum: item commatum, & reciforum primorum: item commatum & reciforum secundorum, item commatum, & reciforum tertiorum.

Habent autem hæ omnes vnum, & eundem modum inuentionis, scilicet progressio commatum & semitoniorum recipitur à progressionem semitoniorum minorum, & maiorum, & sumitur principium à numero impari, & remittitur diapente, vt facile vides. Diapente autem nunquam intenditur, nisi dum progressio tonorum, & semitoniorum inquiritur, scilicet dum scala musicæ veræ construitur; sic diatessaron nunquam remittitur, nisi dum illa tonorum, & semitoniorum progressio inquiritur. Item à numero pari nunquam fit inchoatio, nisi in illa primâ progressionem tonorum, & semitoniorum. Item facile videbis vbique quando remittendum sit, & quando intendendum, vt nihil sit vterius, quod in huiusmodi operationibus possit desiderari.

C A P V T. X I.

De praxi Arithmeticae musicae siue de consonantium numerorum Algorithmo,

Propositio I.

De Additione.

Iordanus & Boëtius hunc Algorithmum quidem tractant, sed ita obscure, & difficulter, ut vix sit, qui ex difficili negotio se se explicare possit; ita diatessaron (quae constat quinque diesibus, aut semitonij minoribus & duobus commatis) ad modum laboriosa multiplicatione referunt, dum 5 dieses & 2 commata seorsim hoc ordine disponunt.

Quinque semitonia minora sic disponuntur.

256	256	256	256	256
243	243	243	243	243

Duo commata sic disponuntur.

531441.	531441
524288.	524288

Ex hisce numeris iuxta leges proportionum additis, tandem eruunt hunc numerum laboriosissima multiplicatione productum; videlicet diatessaron, ut sequitur.

310534559388245484896256	} diatessaron
239900919541184113672192	

Nos vero, ut musica nostra omni difficultate remota clarius & incundius euaderet, Stiphelium secuti alium modum hic tradendum duximus, quem ad amussim Cossicorum numerorum vel minutiarum astronomicarum eo pacto ordinauimus, ut nihil facilius sit etiam tyronibus, quam consonantias & interualla data addere, subtrahere, multiplicare & diuidere, & quamuis superius notas huiusmodi tradiderimus, hic tamen eas repetemus: tonum itaque hac nota signamus. |.

Characteres, quibus interualla singula notamus, hi sunt.

Tonus	_____	
Ditonus	_____	
Tritonus	_____	
Semitonium minus siue diesis	_____	
Semiditonus	_____	
Diateffaron constans ex duobus tonis & semitonio minore		} sic notatur
Diapente ex tribus tonis constans & semitonio minore		
Diapason ex quinque tonis & duobus semitonij minoribus		
Comma nona pars toni ita signatur		
Semitonium maius ex semitonio minore & comma constans		
Quandoquidem verò Musici de proportionibus quoque irrationalibus loquuntur (vt de Schismate & Diaschismate, & nonnullis alijs) eas sic signamus.		
Schisma commatis dimidium	_____	o
Diaschisma semit. min. dimidium	_____	o
Dimidium toni ex schismate & semitonio minore constat, estque proportio irrationalis & ita signatur	_____	o
Dimidium verò semitonij maioris ex schismate & diaschismate constans ita signabitur	_____	o
Dimidium vnus diapason constans ex diateffaron & tono dimidiato ita signabitur	_____	o

Videsigitur quàm appositè interualla singula referri possint, hisce characteribus assumptis. His itaque videntes omnes arithmeticas operationes expediemus. sint v. gr. addenda 5. semitonij duo commata, habebis quæsitum si o o addas ad ≡ vt sequitur ≡. ita 4 commata addita tritono, faciunt | | |, comma additum semidit. facit o.

Iterum si velis diapente addere ad diateffaron, habebis quæsitum si ||| addas ad || hoc pacto ||||, quæ nota correspondet consonantiæ diapason; denique si velis addere ad diapason tritonum, habebis quæsitum, si ad |||| ad ieceris | | |, ita ||||; non secus de alijs procedes. Ita Schisma aditum ad semidiapente facit dimidium vnus diapason, vt o ad || facit |.

Propositio I I.

De subtractione musica.

SI quis desideret subtrahere diateffaron à diapente ita stabit exēplum |||. ||; nam || subtracta à ||| reliquunt |. Nam iuxta Iordanum sesquitercium interuallum demptum à sesquialtero relinquit interuallum sesquioctauum, id est tonum. ita sesquioctauum interuallum subtractum ab interuallo sesquitercio, id est tonus à diateffaron relinquit semiditonum; vt | ab || facit |; non secus semitonium minus subtractum à tono, relinquit semitonium maius. vt — ab o facit o; & semitonium minus demptum à semitonio maiore, relinquit comma, vt — ab o relinquit o; & dimidium toni vnus subtractum à dimidio vnus diapason, relinquit diateffaron; vt o ab || facit |. Denique tertia pars toni subducta à summa duarum tertiarum vnus semiton. minoris,

noris, & vnius diafchismatis, atque tertia parte diafchismatis & vnius schismatis, relinquit toni partem tertiam. Vides igitur quam subtili ratiocinio, & quam hac methodo facili omnes operationes harmonicæ expendantur.

Propositio III. De multiplicatione musica.

Si primò multiplicanda Semiditonus cum Schismate & Diafchismate per 4. Sic stabit exemplum. Deinde multiplica quodlibet horum seorsim per 4, & emanabit figurarum ordo qui sequitur. $\text{IIII} \& \text{III} \& \text{TTTT} \& \text{OOOO}$

Hoc est 4 Semitonia minora cum 4 schismatibus faciunt 2 tonos, qui sumpti cum 4 tonis & 4 diafchismatibus scil. duobus semitonij minoribus, faciunt bis diapente, vt habet propositio. Iterum Semitonium minus cum Schismate multiplicata per 6 faciunt tritonum; ita stabit exemplum. Deinde multiplica singulas figuras — & O per 6. & proueniet summa vt sequitur.

$\text{IIII} \text{OOOO}$. Summa multiplicandorum per 6. hoc est tres III toni.

Faciunt enim tres toni resoluti in 6 dieses & totidem schismata, 3 tonos. Iterum si semidiapente cum schismate multiplices per 4, habebis bisdiapason, ita stabit exemplum. Duc itaque 4 in singulas figuras & prouenient figuræ vt sequitur.

$\text{IIIIIIII} \text{IIIIII} \text{OOOOOO}$

$\frac{12}{6}$
per 4

Hæc resoluta constituent bisdiapason, id est quadruplam proportionem sic.

Propositio IV. De diuisione musica.

Si diuidatur bisdiapente per 4, prouenient semiditonus cum Schismate & Diafchismate: diuidendus ita stabit IIII diuide igitur seorsim 6 per 4 proueniet $1\frac{1}{2}$ sesqui tonus, hoc est $\frac{3}{2}$. deinde duo semitonia minora diuisa per 4 faciunt $\frac{1}{2}$ semitonij minoris, hoc est diafchisma hoc signo notatum T, ita & tritonus diuisus per 6 producit \bar{O} hoc est $\frac{1}{2}$ toni: non secus bisdiapason per 4 diuisa producit semidiapente cum schismate. primo 10. toni per 4 diuisa faciunt $2\frac{1}{2}$ ton. hoc est $\frac{5}{2}$ deinde relinquunt scil. 4 semit. min. per 4 diuisa faciunt — semitonium minus. Summa omnium facit, $\frac{11}{2}$.

Propositio V. De multiplicatione per numeros fractos.

Si velis multiplicare per $\frac{3}{4}$ vnã semidiapente, tunc producit semiditonus cum semitonio minore, $\frac{3}{4}$ schismate, & diafchismate, hoc est $\frac{5}{8}$. ita autẽ procedito, exemplo vt in marg. stabilito primò duos tonos multiplica per numeratorem 3 & productum diuide per denominatorem id est per 4, & producit $1\frac{1}{2}$ ton. hoc est $\frac{3}{2}$, secundò 2. semitonia minora multiplica per numeratorem & productum diuide per denominatorem, fientque $1\frac{1}{2}$ Semiton. minus cum diafchismate. Quòd si probare velis, ita agito, primo multiplicatio producti hoc est $\frac{3}{8}$ per 4 facit 4 tonos & 8 semiton. minora, 4 diafchismata & 4 diafchismata, hæc in vnã summam collecta, faciunt 6 tonos & 6. semiton. min. quæ diuisa per 3, faciunt 2 tonos & 2 semiton. min. hoc est $\frac{11}{8}$ semidiapente. Ex quibus omnibus patet

R 2 vnus

$\frac{2}{3}$ vnius semiton. minoris cum vno diaschismate, atque $\frac{1}{3}$ vnius diaschismatis & vno schismate, atque tertia parte vnius schismatis, $\frac{2}{3}$ partes vnius toni constituere; patet quoque 4 tonos per 3. diuisos. item 8. semitonia min. per tria diuisa producere $\frac{11}{3}$. Quod si à quotientibus istis subtrahas $1\frac{1}{3}$ ton. cum 2. semiton. minoribus relinqui $\frac{1}{3}$ semiton. min. & $\frac{4}{3}$ diaschismatis & $\frac{4}{3}$ schismatis; Quæ quidem omnia $\frac{2}{3}$ id est duas tertijs vnius toni æquantur. quod ita ostendo, si enim $\frac{2}{3}$ Toni addantur ad $1\frac{1}{3}$ toni, tunc duo toni perfectè integrantur qui cum 2. semiton. minoribus faciunt semidiapente. Sed hæc clarius ex præcedentibus innotescunt.

Propositio V I.

De Diuisione musica per fractos.

Sint V. G. diuidendi 8 toni & 3 semiton. min. per $\frac{8}{5}$ seu quod idem est per $\frac{5}{8}$, prodibuntque 5 toni, & $1\frac{1}{2}$ semit. min. Ex quo clare patet $\frac{4}{8}$ semitonia minori ad perfectionē diapason de 8 esse; Vides igitur quàm pulchrè & artificiosè irrationales per rationales numeros supputentur. Et non dubito, quin ex hisce sagacia ingenia innumerabilem nouarum inuentionum circa resolutionem huiusmodi numerorum materiam sint inuenturi, Sed vti non cuiuslibet licitum est, adire Corinthum, ita profundioribus tantum ingenijs hæc degustanda proponere volumus.

C A P V T. X I I.

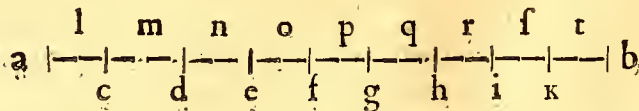
De Diuisione toni.

Magna inter Authores nullo non tempore de diuisione toni fuit controuersia, neque quisquam adhuc inuentus est, qui litem prorsus deciderit; Boëtius, Iordanus, Stapulensis id fieri posse negant: nonnulli verò ex Recentioribus id facili negotio fieri posse putant; Nos vt litem componamus dicimus, tonum bifariam diuidi, certo constitutoque numero, *αδύνατον* esse; attamen tonū diuidi posse (vti & omnes reliquas consonantias) assumptis quibusdam rationalem numerum constituentibus particulis. Atque priorem quidem sententiam ita demonstramus.

Tonus certo
constituito nume
ro bifariam
diuidi non
potest.

Propositio I.

*Tonus certo & constituto numero bifariam diuidi non potest (id est.)
Si medium extremitatum toni spacium bifariam diuidatur; non
ideò quoque tonus in duas æquas partes diuiditur.*



Sit igitur spacium a b interuallum toni in 9 æquas partes diuisum, manifestum est a b & c b esse toni extremitates; cū tonus in proportione sit qua 9 ad 8. Diuidatur item vnumquodq; nouem partium spacium bifariam in l, m, n, o, p, q & c. Dico spacio a c per l, bifariam diuiso, non ideò tonum quoque æqualiter diuidi. Quoniam enim sonus a b & l b non æquatur l b & c b; est enim l b pars totius a b; ergo maior est proportio a b ad l b, quam l b & c b; est enim hæc sesquidecima sexta; illa sesquidecima.

decim a septima; Nam vt rectè demonstrat Iordanus spacio quolibet per quolibet æqua spacia diuiso; totius ad totam proximæ sectionis partem minorem esse proportionem, quam eiusdem partis ad totam reliquam proximæ sectionis partem; ergo per hanc citatam propositionem minor est proportio a b ad l b, quam l b ad c b. est; seque habet vt sesquidecima septima ad sesquidecimam sextam, non est ergo tonus hoc pacto in æqua diuisus, erūtq; consequenter toni a b, l b, & l b, c b. ad inuicem inæquales. Sonus ergo in duas æquas partes diuidi nequit, quod erat demonstrandum.

Præterea cum ea sit soni ad sonum proportio, quæ est, spaciolum interualli proportio; interuallum autem toni sit in proportione superparticulari; quod sicuti bifariam diuidi *ἀδύατον* demonstratur ab Arithmetiis, ita & tonus, dictam proportionem videlicet sesquioctauam constituens, bifariam diuidi nequit. Imò neque in plura æqualia vt 3 aut 4 diuidi potest, vt patuit ex dictis, & patebit fusius in sequentibus.

C O R O L L A R I V M.

EX quo facile cognoscitur Aristoxenum aurium iudicio omnia committentem, grauiter hallucinatum, dum semitonia secus, quam pythagorici, integra tonorum putat esse dimidia. Hunc secutus Martianus Felix turpiori adhuc errore lapsusprehenditur, qui non modò tonum in duas æquales, sed in 3 & 4 dirimit atq; secat partes; Secat autem in primis tonum in duo æqualia, quæ ideò semitonia vocat; Secundò in 3 & earum partium tertiarum quamlibet diesin tritemeriam nuncupat. Tertio in 4 & hanc quartam toni partem vocat diesin tetratemeriam; atque has dieses nunc tertias, nunc quartas diesis partes constituit.

Aristoxeni in tono diuidendo ratio.

Propositio II.

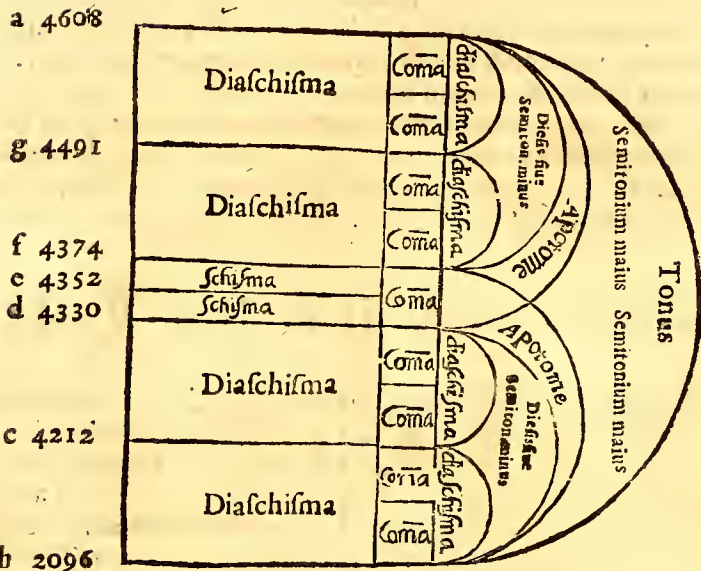
Tonus irrationalibus numeris in duo æqua partiri.

Diximus in præcedenti, tonum numero certo & constituto in duo æqualia diuidi minimè posse, nunc verò videamus num is incerto saltem & nullis vnitatibus aggregato, id est irrationali numero diuidi possit? Certè qui rem sagaciùs examinarit, is luculenter videbit non alia de causa Schisma & Diaschisma à Philolao esse posita, nisi vt horum ope toni fieret bisectio. Probaturque hoc syllogismo.

Quomodo tonus irrationalibus numeris diuidatur.

Quicumque commatis ponit dimidium, toni dimidium negare non potest; sed Boëtius Philolaum secutus ponit Schisma, (quod nihil aliud, quam commatis dimidium) ergo, & toni dimidium assignare debet, Maiorem probo. Quicumque ponit commatis dimidium cum semitonia minore, is ponit toni dimidium; Sed qui ponit Schisma cum semitonia minori, ponit comma cum semitonia minori, Ergò assignat toni dimidium, ergo dimidium toni negari non debet. Cum enim iuxta Philolaum diesis sit spaciolum, quo maior est sesquitertia proportio duobus tonis; Comma verò spaciolum sit quo maior est sesquioctaua proportio duabus diesibus, id est duobus semitonij minoribus; Schisma quoque sit dimidium commatis, sicuti Diaschisma dimidium diesis, id est semitonij minoris; necessariò inde sequitur tonum aliàs principaliter diuisum in diesim, id est, semitonium minus & apotomen, vel quod idem est, in duas dieses & comma diuisum, bifariam quoque diuidi per diesin siue semitonium minus, vel duo diaschismata, & vnum Schisma; Cum enim vt iam sæpè inculcatum est, tonus totus ex duobus semitonij minoribus & commate constituatur, habebis toni dimidium integrum, si semitonia minori addideris schisma; hoc est commatis dimidium, vt in subsequenti figura patet.

Typus diuisionis toni .



Vides in hac figura quomodo tonus in duo æqualia per schismata diuidi possit ; quomodo dimidium integrum alicuius toni 9. schismata contineat , comma verò, duo schismata ; Diaschisma duo comma ; Diesis siue semitonium minus, duo diaschismata ; Semitonium verò maius, duo diaschismata cum vno commate exactè exhibeat .

Secundò patet, quot schismata, comma, diaschismata, diesis, quilibet tonus, contineat, si enim duplem hunc tonum, statim diuisio Ditoni comparebit ; si huic vnã subtrahas diesin, siue semitonium minus, semiditonus cum diebus, diaschismatis, commatis, schismatis, remanebit .

Sic si hunc tonum duplices, aut triplices iisque adiungas diesin, siue 2 diaschismata, aut 4 comma, habebis quot schismata, comma, diaschismata, contineat diatessaron & diapente ; imò quæ sint earundem integra dimidia, videbis . Si denique hanc figuram diuisionis toni quintuplices, iisque adiungas 2 semitonium minus in comma, & schismata diuisa, habebis diapason, in dieses, diaschismata, comma, Schismata diuisa, dimidiumque integri diapason, statim apparebit ; Verùm vt hæc omnia veluti in vna synopsis intuearis, hic systema totius apponendum duxi .

Pinacion exhibens quot vnumquodque interuallorum
Commata & Schismata contin eat.

	Schismata	Commata
Schisma	1	0
Comma	2	1
Diaschisma	4	2
Semiton. min.	8	4
Semiton. ma.	10	5
Tonus	18	9
Semiditonus	26	13
Ditonus	36	18
Diateffaron	44	22
Diapente	62	31
Tritonus	54	23
Diapafon	106	53

continet

Verum his ita visis nihil restat, nisi vt doceamus, qua ratione per radicalia signa algebraica, vti tonum, ita & quamlibet aliam consonantiam bifariam diuidere possimus.

musis siue mediatio interuallorum harmonicorum.

Paradigma I.

musis siue dimidiatio Commatis.

Cum itaque spacium Schismatis ad Schisma se habeat vt 524288 ad 531441, multiplica hosce numeros in se, prodibitque 278628139008 dimidium commatis; quod exemplum ita ponitur.

524288	}	Schisma 0.	
V Q 278628139008		}	Schisma 0.
531441			

Paradigma II.
Dimidiatio Toni.

Toni verò dimidium habebis, si proportionem eius minimam videlicet sesquioctavam in se duxeris; videlicet 8 in 9, & prodibit $\sqrt{Q}72$. Exemplum ita stat.

$$\begin{array}{l} 8 \\ \sqrt{Q}72 \\ 9 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Semitonium minus cum schismate} \\ \text{dimidium toni} \\ \text{Semitonium minus cum schismate} \end{array} \right\}$$

Huius rei veritatem ita ostendimus: duplentur termini proportionis, & luculenter patefiet partium duplicatione tonum præcisè reddi, ita 8 in se ductum, hoc est iuxta regulas Algorithmi proportionum duplatus dabit 64, & 9. dabit 81, quæ subducta à 72 relinquent iterum 8, & 9, vt sequitur:

$$\begin{array}{r} 8 \text{ duplata facit } 64 \\ \sqrt{Q}72 \quad \quad \quad 72 \text{ seu} \\ 9 \text{ duplata facit } 81 \end{array}$$

Dimidiatio verò toni maioris fit: si schisma cum diaschismate coniungas,

Exemplum.

$$\begin{array}{l} 2048 \\ \sqrt{Q}478976 \\ 2187 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Schisma cum diaschismate } \frac{1}{2} \\ \text{Dimidium toni maioris} \\ \text{Schisma cum diaschismate } \frac{1}{2} \end{array} \right\}$$

Paradigma III.
sive Dimidiatio diapason.

Cum verò diapason constet ex quinque tonis; & duobus semitonijis minoribus, vt $\frac{1}{1111}$; ponetur eius dimidium semidiapente cum schismate, vt in exemplo patet.

$$\begin{array}{l} 1 \\ \sqrt{Q}2 \\ 2 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Semidiapente cum Schismate } \frac{11}{10} \\ \text{Semidiapente cum Schismate } \frac{11}{10} \end{array} \right\} \text{quæ iuncta faciunt } \frac{1111}{1000} \text{ diapason.}$$

Cum enim octava constet, quemadmodum dictum est, ex quinque tonis, & 2. semiton. minoribus. duo quoque schismata conficiant o Comma, & duo semitonija minorum cum commate tonum; patet si $\frac{11}{10}$ iungantur simul fieri $\frac{1111}{1000}$ tonos, cum præterea ex $\frac{11}{10}$ semit. min. & duobus o o Schismatis integer quoque tonus emergat, si hic $\frac{1111}{1000}$ paulò antè inuentis tonis adiungatur, prodibit summa cum semiton. minoribus reliquis, vnius octavæ integræ siue diapason, vt apparet $\frac{1111}{1000}$.

Paradigma IV.

quintae siue Dimidiatio diatessaron.

Difficultas hic occurrit non leuis, quomodo diatessaron dimidiari possit, sed qui præcedentia ritè intellexit, hic dubium nullum habere poterit.

Ita autem negotium auspicabimur; In præcedentibus diaschisma posuimus dimidium semitonij minoris, idque sub dictis numeris considerauimus 243, & 256, quos si duces in seipfos fient 62258. Stabitque exemplum ita,

$$\begin{array}{r} 243 \\ \sqrt{Q} \quad 62258 \\ 25 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Diaschisma.} \\ \text{Diaschisma.} \end{array}$$

Cùm itaque diatessaron constituatur ex duobus tonis, & semit. min. vt hic II; stabit eius dimidium necessario ita $\frac{1}{4}$ tonus cum diaschismate, quæ duplata denuo restituit II; duo enim $\frac{1}{4}$ faciunt $\frac{1}{2}$; & $\frac{1}{4}$ cum $\frac{1}{4}$ constituunt II vt apparet; præterea si minimos proportionis diatessaron terminos in se duxeris prodibit 12, stabitque exemplum ita.

$$\begin{array}{r} 3 \\ \sqrt{Q} \quad 12 \\ 4 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Tonus cum diaschismate } \frac{1}{4} \\ \text{Tonus cum diaschismate } \frac{1}{4} \end{array}$$

Paradigma V.

quintae siue Dimidiatio diapente.

EX his sequitur necessariò *quintae diapente*, id est dimidiatio Quintæ: cum enim diapente constet ex tribus tonis & semiton. minor. vt hic patet III. habebis dimidiationem huius consonantiæ, si semiditono addideris schisma vnà cum diaschismate. Stabitque exemplum vt vides.

$$\begin{array}{r} 2 \\ \sqrt{Q} \quad 6 \\ 3 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Semiditonus cum schismate \& diaschismate } \frac{1}{6} \\ \text{Semiditonus cum schismate \& diaschismate } \frac{1}{6} \end{array}$$

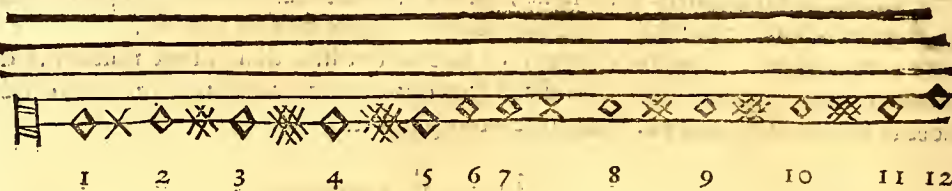
Ex quibus omnibus luculenter patet dictum tonum sine vlla difficultate bifariam scari posse; Neque hoc Iordanus negauit; Dum igitur aiunt auctores tonum dimidiari nō posse, id de numero certo & cōstituto, siue quod idem est de numero rationali intelligendum est; non de numero incerto. & qui nulla vnitatum congregatione sit constitutus, id est de numero irrationali. per hunc enim aptè eum diuidi posse ex præcedentibus patuit.

Si quidem quælibet prædictarum dimidiationum portio constat partim ex termino certo siue rationali, & ex termino incerto & incognito seu irrationali, quem nobis V. Cossicus character aptè insinuat, vt Algebrae peritis notum est.

Porrò non ignoro tonum præcisè & mathematicè in 5. partes diuidi non posse, cùm dieses vti nos accipimus sit differentia semitonij maioris & minoris, quod multi & potissimùm ij qui Aristoxenum sequuntur æquale putant semitonio minori, sequitur cōsequenter, in 5 partes æquales tonum diuidi præcisè non posse, cùm duæ dieses secundum nos acceptæ in rigore mathematico sint maiores semitonio minori, cùm enim duæ dieses sint in proportione 16384 ad 15625, numeri quoque sint ad inuicem vt

25²⁵⁹¹ ad 24; patet excessum, quo duæ dies semitonium minus superant esse ²⁵⁹¹
¹⁵⁶²⁵ quæ omnia reconditionibus Theoricæ peritis constant. ¹⁰²⁵

Vnde fallitur Fabius Columna, dum putat tonum in 5 æquales partes præcisè diuidi posse; ac consequenter falsi gradus illi enharmonici, quos ille in sua tambuca proponit, eo qui sequitur ordine.



In hoc schemate ingeniosè quidem gradus assignauit enharmonicos, & nullum prorsus sensibilem errorem in instrumentis eos causare certum est; errauit tamen, quòd putarit, tonum hunc in rigore mathematico in 5. æquales partes diuisum esse, quod nos falsum ostendimus.

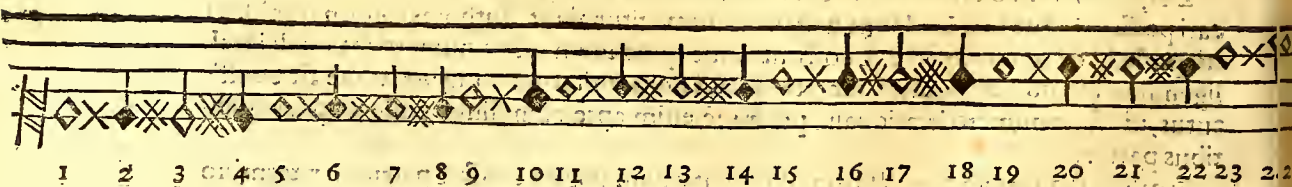
Quòd verò nos à præcedentibus tonum in 9 commata æqualia diuiserimus, id factum est, tum ad facilitandum negotium diuisionis toni in sententia Philolai, aliorumque Veterum, tum ad euitanda fractorum numerorum tædia, & tum denique, quia huiusmodi in praxi musica vix quicquam erroris important.

Ad dicam tamen scrupulosiorum Theoricæ Magistrorum eludendam, ego iuxta Aristoxenum tonum in 12 æqualia semitonia diuidentem, gradus diatonico-chromatico-enarmonicos vnus octauæ ita ponendos censuerim.

Systema siue diapason diuisum in 12. semit. æqualia.



Gradus Systematis vnus octauæ diatonico-chromatico-Enarmonicæ.



Notæ Semibreues significant gradus Diatonicos; Minimæ Chromaticos; Semiminimæ Enarmonicos. Similiter vna simplex crux diem Enarmonicam, duplex crux chromaticam diem, siue semiton. min, triplex crux iterum gradum enharmonicum ostendit.

C A P V T. XIII.

De triplici Genere Musicae & Tetrachordorum dispositione.

Genus modulandi non est aliud, quàm certa quædam habitudo siue conuenientia sonorum, qui inter se componunt Quartam siue diatessaron; siue genus modulandi hoc loco nihil aliud est quàm ratio quædam, quam ad inuicem habent 4 toni vel 3 interualla Quartæ alicuius; quam multi pro tetrachordo accipiunt. Est autem tetrachordum Græcorum, certus quidam sonorum ordo intra 4 chordas contentus, cuius extrema inter se distita reperiuntur in proportione constitutiua diatessaron, hoc est sesquitercia. Fuit autem triplex Priscis Musicis vsurpatum modulandi genus; Primū *Diatonicum* est, Secundum *Chromaticum*; Tertium *Enharmonicum*, dictaque sunt genera, eò quòd ex varia tetrachordi diuisione, variæ modulandi species emanariant, quarum singulæ tamen ad hæc tria genera reducta fuerunt. Non dicam hoc loco de varijs, à diuersis antiquis, Aristoxeno, Archita, Dydimò, Eratosthene alijsque, (quorum omnium manuscripta penes me habeo) factis diuisionibus, sed illas solùm, quæ ad rem nostram maximè facere videbuntur, adducam; cuiusmodi sunt Ptolomæi; hæ enim inter alias maximè sunt rationales, & conformes naturæ. Et vt ad rem veniamus dico primum genus, quod *Diatonicum* vocamus, in quinque species à sensatoribus musicis distribui. Hoc est in *Diatonicum Pythagoricum*, *Molle*, *Syntonium*, *Toniacum*, & *Aequale*.

§. I.

De quinque speciebus Generis Diatonici.

In hoc igitur Paragrapho prædictas quinque species non nisi breuiter explicabimus acturi de duobus reliquis Generibus in duobus sequentibus paragraphis.

De Diatonico Pythagorico.

Diatonicum Pythagoricum in suis tetrachordis procedebat per interuallum vnius semitonij minoris, hoc est iuxta proportionem supertridecupartientem ducentesimo quadragessimas tertias, quòd & Ptolomæus *Astronomico* appellat. Boëtius verò etiam *Metaphisica* siue *de arith.* ex huiusmodi igitur semitonio minore, & per duos tonos in sesquioctaua proportione constitutos ex graui in acutum & contrà ex acuto in graue per tres memoratos tonos & semitonium minus procedebant. Sed vide subiunctum paradigma.

Tetrachordum diatonicum diatonum.

6144	vt 8 ad 9	Ton. in proport. vt sesquioctaua.	Hypate meson.
6912	vt 8 ad 9	Ton. in proport. sesquioctaua.	Lychanos hypaton.
7777	vt 243 ad 256.	Semit. min. in proport. tredecupart. 256.	Parhypate hypaton.
8192			Hypate hypaton.

EX quibus patet diatonicum hoc genus idè dictum esse, quod per tonos duos, & semitonium minus semper procedat, quod cum nescio quam cum mundi compositione naturaque ipsa conformitatem habeat, magni semper à priscis Philosophis Platone & Aristotele habitum fuit, vt in Physiologia musica dicitur.

De Diatonico molli.

Diatonicum molle dicitur illud, cuius tetrachordum à graui ad acutum per interuallum proportionis sesquiagesimæ, & duo alia interualla, quorum prius in sesquinona, alterum in sesquiseptima proportione consistebat, procedebat, vt in exemplo patet.

Tetrachordum diatonicum molle.

63	Sesquiseptima 7 ad 8.	Hypate meson.
72	Sesquinona 9 ad 10.	Lychanos hypaton.
80-45	Sesquiagesima 20 ad 21	Parhypate hypaton.
84-48		Hypate hypaton.

De Diatonico Syntonu.

Diatonicum Syntonum, quem alij quoque incitatum vocant, illud est cuius tetrachordum procedebat à graui versus acutum per vnum interuallum in traua & z chordam contentum in proportione sesquiquintadecima, & deinde per alterum in proportione sesquioctaua, & demum per vltimum in proportione sesquinona, & e contrario ab acuto ad graue per eadem interualla descendebat, vt hic videtur.

Tetrachordum Syntonum.

Miores termini.			
sesquitercia sesquiquar. sesquiquinta	36	Sesquinona vt 9 ad 10 siue Tonus minor.	Hypate meson.
	40	Sesquioctaua vt 8 ad 9 siue Tonus maior.	Lychanos hypaton.
	45		Parhypate hypaton.
	48	Sesquidecima vt 15 ad 16 Semiton. minus.	Hypate hypaton.

Atque hoc est propriè diatonici generis, quo recentiores vtuntur; sunt enim termini proportionis omnes intra numeros sonoros, de quibus fusiùs in sequentibus.

De Diatonico Toniaco.

Diatonicum Toniacum, quod & quidam cum molli confundunt illud est, cuius tetrachordum tali ratione dispositum est, vt chorda prima & secunda efficiant interuallum proportionis sesquiuegesima septimæ, id est 27 ad 28: alterum verò interuallum sit in proportione sesquiseptima vt 7 ad 8. & vltimum denique interuallum sit in proportione sesquioctaua 8 ad 9; & sic ascensus sit à graui in acutum, & hinc iterum in graue per eadem interualla, vt in exemplo patet.

Tetrachordum Diatonicum Toniacum.

Maiores termini.		
168	Sesquioctaua vt 8 ad 9.	Hypate meson.
189	Sesquiseptima vt 7 ad 8.	Lychanos hypaton.
216	Sesquiuegesima septima 27 ad 28.	Parhypate hypaton.
224		Hypate hypaton.

De Diatonico Aequali.

Diatonicum Aequale illud dicitur, cuius tetrachordum ex graui in acutum ascendit primo per interuallum in proportionis sesquiundecimæ 11 ad 12. & deinde per alterum proportionis sesquidecimæ 10 ad 11. & denique per alterum proportionis sesquiononæ 9 ad 10. vt infra apparet.

Tetrachordon Diatonicum Aequale.

Diatessaron	9	Sesquionona vt 9 ad 10.	Hypate meson.
	10	Sesquidecima 10 ad 11.	Lychanos hypaton.
	11	Sesquiundecima 11 ad 12.	Parhypate hypaton.
	12		Hypate hypaton.

Fuit autem hoc diatonicum dictum æquale, eò quod secundum æqualitatem progressionis arithmeticæ procederet; multumque nullo non tempore æstimatum fuit; Vnde non sine causa Ptolomæus illud comparabat Theologicis & Politicis rebus de quibus vide Zarlinum, Boëtium, aliosque.

§. II

De Genere Chromatico.

Secundum genus modulationis Chromaticum est, ita dictum quod mutet colorem diatonici, estque inter primum & tertium idem quod inter album & nigrum color

formulæplex, cuius tetrachordum triplex erat, Antiquum, Molle, & Syntonum; Prius procedebat per duo semitonija & trihemitonium, hoc est ex graui in acutum ascende-
bat per vnum interuallum semitonij minoris; deinde per alterum semitonij paulò ma-
ioris interuallū cuius est proportio superquintupartiens 76; denique per aliud interual-
lum quod continebat tria semitonija, vnde & trisemitonium incompositum à Boëtio di-
ctum est. Quia in tali genere à nulla alia chorda diuidi poterat, eratque in proportio-
ne supertipartiente decimas sextas. Vti hic apparet.

Tetrachordum Chromatici antiqui.

Diastaron	6144	Trisemitonium proport. superpartientis decimas sextas.	Hypate meson.
	7296	Semitonium proport. superquintupartiens 76.	Lychanos hypaton.
	7776	Semitonium minus ptoport. superredecupartiens 256.	Parhypate hypaton.
	8192		Hypate hypaton.

Chromaticum molle erat illud cuius tetrachordum tali ratione erat dispositum, vt
prima grauißima, & secunda tenerent interuallum proportionis sesquiueßimæ
septimæ. Hæc cum tertia sesquidecimæ quartæ proportionis, & tertia demum cum
vltima acuta, sesquiquintæ proportionis interuallum constituerent; eratque hoc inter-
uallum consonum, quemadmodum termini proportionis satis superque declarant, ho-
rum enim radicales numeri collocantur intra 6 & 5 in partibus numeri sonori. Sed
exemplum melius te instruet in omnibus.

Tetrachordum Chromatici mollis.

105	Sesquiuinta vt 5 ad 6.	Hypate meson.
126	Sesquiquartadecima vt 14 ad 15.	Lychanos hypaton.
185	Sesquiueßimaseptima 27 ad 28.	Parhypate hypaton.
140		Hypate hypaton.

Chromaticum siue incitatum illud dicebatur, cuius tetrachordum ita erat dispositū,
vt prima & secunda chorda essent dissite per interuallum proportionis sesqui-
ueßimæ primæ, & hæc remota erat à tertia, interuallo proportionis sesquiundecimæ
& tertia à quarta interuallo vnus sesquiseßta. Vt in exemplo patet.

Exemplum Chromatici Syntoni siue incitati.

66	Sesquiseßta.	Hypate meson.
77	Sesquiundecima vt 11 ad 12.	Lychanos hypaton.
84	Sesquiueßimaprima vt 21 ad 22.	Parhypate hypaton.
88		Hypate hypaton.

Hoc genus ob vim quandam effeminatiam animorum ab antiquis non frequenter fuit vsurpatum, vt Macrobius docet. Ptolomeus illud comparat Oeconomico statui.

§. III.

De Genere Enharmonico.

Enharmonicum tertium modulationis genus, apud Veteres duplex erat antiquum & Ptolemaicum; Antiquum erat cuius tetrachordum erat ita dispositum, vt ascensus fieret ex graui in acutum, per duas dieses & vnum ditonum incompositum; erat enim in hoc genere accomodatus cum vno solo interuallo. Diesium verò grauior erat in proportione supra tringentatripartiente quadringentesimas nonas; & acuta erat in proportione supertredecupartiente 486. erantque collocatæ in proportionalitate Arithmetica; erat autem secundum veteres, hæc diesis medium semitonij minoris.

Exemplum Enharmonici antiqui.

—6144	—————	Hypate meson :
	Ditonus	
—7776	—————	Lychanos hypaton :
	Diesis	
—7984	—————	Parhypate hypaton :
	Diesis	
—8192	—————	Hypate hypaton :

Tetrachordum Enharmonici Ptolomaici illud erat, in quo ex graui in acutum. ex 1 ad 2 chordam ascendebatur per interuallum proportionis sesqui-quadragesimæ quintæ, & hinc ad tertium per interuallum sesquiagesimæ tertiæ, & hinc demum ad quartam per sesquiquartam; quod interuallum consonum est; Est enim forma eius proportionis comprehensa inter 5 & 4 in partibus numeri sequarij, estque verus ditonus Enharmonicus, de quo in sequentibus. Exemplum sequitur.

Exemplum Enharmonici Ptolomaici.

—276	—————	Hypate meson.
	Sesquiquarta 4 ad 5	
—345	—————	Lychanos hypaton.
	Sesquiagesima tertia 23 ad 24	
—360	—————	Parhypate hypaton.
	Sesquiquadragesima quinta 45 ad 46	
—368	—————	Hypate hypaton.

Atque hæc sunt tria genera modulationum, quibus Veteres vsi sunt; Recentiores primo tantum & secundo vti solent. Verum vt paulò antè dicta melius intelligantur, singula hoc loco notis suis representabimus, vt & Musici practici, quid per dicta trium generum varia tetrachorda velimus, cognoscere possint.

Prima itaque chorda & vltima communes sunt tribus generibus; intermedia verò peculiare tribus singulis generibus.

Diatonicum genus vt dictum est, diuidit su. s quartas siue tetrachorda, in semitonium minus & duos tonos.

Chromaticum in duo semitonia, & vnum trihemitonium siue tertiam minorem.

Enharmonicum verò in 2 dieses, & vnum ditonum siue tertiam maiorem.

Porro Systema trium horum generum iterum ex quinque tetrachordis componitur; quorum primum vocatur tetrachordum Principale siue Hypaton. Secundum Tetrachordū meson siue mediarū. Tertium tetrachordum *συνημιμέλιον* siue coniunctarum. Quartum tetrachordum *διαzeugμένον* siue disiunctarum. Denique tetrachordum *ἄνω* siue acutarum, ita vt quarta chorda primi tetrachordi sit etiam prima chorda secundi tetrachordi, & quarta chorda secundi sit prima tertij tetrachordi; atque ideò dicitur tetrachordum coniunctarum, quia quarta secundi coniungitur prima tertij. Prima verò chorda quarti tetrachordi differt vno tono à quarta secundi tetrachordi, quæ omnia ex manu Musurgica constant. Verùm vt hæc omnia exactius assequaris, hic notulis musicis singula Tetrachorda singulorum trium generum exhibebimus; ex quibus nullo penè negotio, quæcumque hucusque abstrusius demonstrata sunt exhibebuntur.

Nomina Latino-Græca chordarum in singulis V. tetrachordis ad Claves musicas accomodatarum

Tetrachordon Neton.	A	Nete hyperboleon, siue <i>ultima acutarum</i> .
	G	Paranete hyperboleon, siue <i>secunda acutarum</i> .
	F	Trite hyperboleon, siue <i>tertia acutarum</i> .
Tetrachordon Duzeugmen.	E	Nete, siue <i>ultima disiunctarum</i> .
	D	Paranete diezeugmenon, siue <i>secunda disiunctarum</i> .
	C	Trite diezeugmenon, siue <i>tertia disiunctarum</i> .
Tetrachordon Synnemenon.	B	Paramese, siue <i>vicina medijs</i> , respondet b duro.
	D	Nete synnemenon, siue <i>ultima coniunctarum</i> .
	C	Paranete synnemenon, siue <i>secunda coniunctarum</i> .
Tetrachordon Mefon.	B	Trite synnemenon, siue <i>tertia coniunctarum</i> .
	A	Mese, idest <i>media</i> .
	G	Lychanos meson, siue <i>index mediarum</i> .
Tetrachordon Hypaton.	F	Parhypate meson, siue <i>secunda mediarum</i> .
	E	Hypate meson, siue <i>gravis mediarum</i> .
	D	Lychanos hypaton, siue <i>index grauium</i> .
	C	Parhypate hypaton, siue <i>secunda grauium</i> .
	B	Hypate hypaton, siue <i>gravis grauium</i> .
	A	Proslambanomenos, siue <i>vox assumpta</i> .

Systema Catholicum-Diatonico-Chromatico-Exharmonicum 5. Tetrachordorum,

F	A	B	C	D
<p>Nomina & ordo chordarum.</p> <p>5 Hypate meson. 4 Lychanos Hypaton. 3 Parhypate Hypaton. 2 Hypate Hypaton. 1 Proslambanomenos.</p> <p>4 Mese 3 Parhypate Meson. 2 Hypate Meson.</p> <p>4 Nete Synnemenon. 3 Parhypate Synnemenon. 2 Trita Synnemenon. 1 Mese</p> <p>4 Nete 3 Paranete diezeugm. 2 Trita diezeugmenon. 1 Paramese.</p> <p>4 Nete 3 Nete hyperboleon. 2 Paranete hyperboleon. 1 Trita hyperboleon.</p>	<p>TETRACHORDA Diatonici generis.</p>	<p>TETRACHORDA Chromatici generis.</p>	<p>TETRACHORDA Enharmonici generis.</p>	<p>Tetrachordum I. Principalium</p> <hr/> <p>Tetrachordum II. Mediarum</p> <hr/> <p>Tetrachordum III. Coniunctarum.</p> <hr/> <p>Tetrachordum IV. Disiunctarum.</p> <hr/> <p>Tetrachordum V. Acutarum aut Excellentium.</p>
	<p>Πισσα. Semit. Tonus Tonus</p>	<p>Semit. Semit. ter.mi.</p>	<p>Diesis Diesis Diton.</p>	
	<p>Semit. Tonus Tonus</p>	<p>Semit. Semit. ter.mi.</p>	<p>Diesis Diesis Diton.</p>	
	<p>Semit. Tonus Tonus</p>	<p>Semit. Semit. ter.mi.</p>	<p>Diesis Diesis Diton.</p>	
	<p>Semit. Tonus Tonus</p>	<p>Semit. Semit. ter.mi.</p>	<p>Diesis Diesis Diton.</p>	
	<p>Semit. Tonus Tonus</p>	<p>Semit. Semit. ter.mi.</p>	<p>Diesis Diesis Diton.</p>	

Explicatio & vsus Systematis.

Continet hoc Systema quinque columnas, prima columna F continet denominationes chordarum in singulis tetrachordis contentarum; secunda columna signata A continet gradus diatonicos per singula tetrachorda musicis notis expressos; Columna B continet gradus chromaticos notis musicis per singula tetrachorda expressos; Columna C continet gradus enharmonicos notis musicis per singula tetrachorda expressos. Columna D. 5 Tetrachordorum denominationem continet.

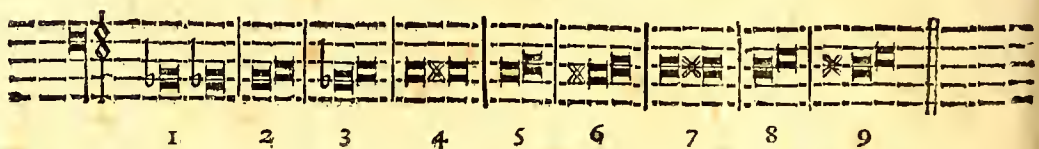
Vides igitur quomodo in diatonico genere in tetrachordo per semitonium & duos tonos, in Chromatico per 2 semitonia & semiditonum: In enharmonico denique per 2 dieses & ditonum procedatur.

In hac tabula vides Diatonicum ita suas quartas habere dispositas, vt semper semitonium minus sequantur duo toni; Chromaticum verò ita suas quartas habere dispositas, vt in illis clauibus, quæ *mi* habent etiam *fa* recipiat, vt & contra in quibus *sol* vel *fa* est, etiam *mi* recipiat.



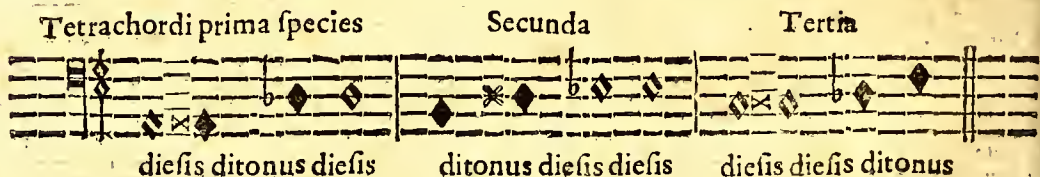
Vt autem videas omnes gradus chromaticos vnus quartæ, siue tetrachordi, hîc eos ex reconditoris Theoricæ gazophylacio depromptos exhibendos duxi.

Gradus Chromatici vnus Tetrachordi.



E *Narmonicum* ita suas quartas dispositas habet, vt diatonici generis Semitonium diuidatur in 2 æquales partes quas dieses appellant, & quælibet duo Commata continet, quibus 2 deinde toni siue ditonus adijcitur, & sic medium est inter Chromaticum & Enharmonicum, quemadmodum præcedens schema fusè ostendit.

Gradus Enharmoniци vnus tetrachordi.



C A P V T. X I V.

De speciebus Diatessaron, diapente & diapason.

§. I.

De Tono.

Quid Tonus?

Quid Comma?

Tonus est interuallum harmonicum vocem aut vnica intensione intendens, aut vnica remissione remittens, continens 9 commata iuxta Philolaum aliosque de quo in præcedentibus fusè actum est; Est autem *Comma* minutissima duarum vocum distantia, quarum duo constituunt diesin generis enharmoniци; diuiditur quoque, vt dictum est, Tonus, in Semitonium maius, & minus; minus 4, maius 5 commatis constat, quibus additis, tonus nouem commatum efficitur, id quod facile ex diuisione in mono-

monochordi in 9 æquas partes diuisi (quorum vnumquodque comma refert) probari potest, & ex figura in præcedentibus posita patet.

§. I I.

De Semitonio minore.

Tantum vim obtinet Semitonium minus, siue *mi, fa*, vt si illud non daretur, nulla in musica daretur varietas; totius igitur varietatis harmonicæ vnica causa. Semitonium minus est, hoc omnium consonantiarum diuersas constituit species. hoc vnicum diuersitatis modorum causâ est, hoc pro diuersa sua in tetrachordis dispositione, diuersorum affectuum, quos diuersi toni modique causant, origo est; quo sublato totam Musicam perire necesse est. Pro diuersitate enim dispositionis huius semitonij minoris, mutantur consonantiæ, sed hæc omnia exemplis declaremus.

Anima mu-
sicæ semi-
tonium.

§. I I I.

De speciebus Diatessaron siue Quartæ.

Diatessaron siue quarta perfecta complectens duos tonos cum semitonio minore, 4 voces habet; videlicet *ut, re, mi, fa*, cum igitur semitonium minus v. g. *mi, fa*, subinde primum locum, nonnunquam secundum, aliquando vltimum, vt in adducto exemplo patet. obtineat, semper tot erunt species alicuius consonantiæ, quoties *mi, fa*, locum mutare potest, cum igitur in omni interuallo diatessaron constituyente, id locum mutare possit tertio; tres eiusdem species esse censentur; ita vt prima species Quartæ sit illa, cum Quarta *mi, fa*, habuerit in primo loco, Secunda species cum *mi, fa*, habuerit in secundoloco; Tertia verò species sit, cum *mi, fa*, fuerit tertio loco Quartæ, sitque regula vniuersalis Musicorum, tot esse alicuius consonantiæ species, quot sunt voces in eadem consonantia, dempta vna voce; Cum itaque Quarta 4 voces habeat dempta vna, remanebunt 3 species ipsius consonantiæ. Sed hæc in sequentibus paradigmatis clariora fient.

Quid Dia-
tessaron.

Tres Spe-
cies Quar-
tæ.

I. Species.

II. Species.

III. Species.

mi fa sol la re mi fa sol ut re mi fa

Semiton. tonus, tonus tonus semit. tonos tonus tonus, semit.

Notæ nigræ semper significant sedem semitonij minoris *mi, fa*. reliqua albæ tonos.

Nonnulli verò videntes tonum quemlibet duplicem esse minorem & maiorem; hinc tot species ponunt in Quarta consonantia, quoties semitonium minus cum tono maiori & minori locum mutare potest; Cum igitur iuxta regulas combinationum 3- singularæ res sexies combinari possint, hinc sex species ponunt Quartam habere; vt sequitur.

- | | | | |
|---|--------------|-----------------|--------------|
| 1 | Semitonium. | Tonus maior. | Tonus minor. |
| 2 | Semitonium. | Tonus minor. | Tonus maior. |
| 3 | Tonus maior. | Semiton. minus. | Tonus minor. |
| 4 | Tonus maior. | Tonus maior. | Semitonium. |
| 5 | Tonus minor. | Tonus maior. | Semitonium. |
| 6 | Tonus minor. | Semitonium. | Tonus maior. |

Vbi vides primam speciem constitui, quæ semitonium habet primo loco, tonum maiorem secundo, & tonum minorem tertio; secundam speciem esse, quæ iterum semitonium habet primo loco, & tonum minorem secundo, & maiorem tertio, & sic de reliquis vt tabula docet. Et quamuis hæc omnia suam subtilitatem habeant, quia tamen difficulter toni maioris & minoris differentia percipitur, hinc plerique tres tantum species ponunt alicuius quartæ, vt in priori schemate patuit.

§. I V.

De speciebus Diapente siue Quintæ.

Quatuor
Species
Quintæ

Diapente quinta imperfecta tres tonos cum semitonio minore continens, quinque voces habet, v. g. *ut, re, mi, fa, sol.* Vnde iuxta superiorem regulam omnis Quinta quatuor habebit species, siue quod idem est in omni quinta *mi, fa*, quater locum suum mutare poterit, vt sequitur. Notæ nigra sedem semitonij indicant, reliquæ tonos.

I. Species. II. Species. III. Species. IV. Species.

mi fa sol re mi re mi fa sol re mi ut re mi fa sol re mi fa fa sol re mi fa

Hi verò qui combinant semitonium cum tono maiori & minori; in omni quinta reperient 24 combinationes, & totidem species; cum enim 3 singula res 6 combinationes admittant, vt in præcedenti exemplo patuit, hæc cum 4 speciebus Quintæ hic representatis combinatæ, id est 6 ducta in 4. producent 24 species quintæ. Verùm cum in omni quinta duo similia reperiantur intervalla, combinationem totam, id est 24 diuidemus per duo & quotus 12 videlicet dabit combinationem quæsitam hoc est 12 species vnus quintæ, vt sequitur.

Tabula combinationum specierum diapente.

1. Tonus maior.	Tonus minor.	Semitonium.	Tonus maior.
2. Tonus minor.	Tonus maior.	Semitonium.	Tonus maior.
3. Tonus maior.	Tonus maior.	Semitonium.	Tonus minor.
4. Tonus maior.	Tonus minor.	Tonus maior.	Semitonium.
5. Tonus maior.	Tonus maior.	Tonus minor.	Semitonium.
6. Tonus minor.	Tonus maior.	Tonus maior.	Semitonium.
7. Semitonium.	Tonus maior.	Tonus minor.	Tonus maior.
8. Semitonium.	Tonus maior.	Tonus maior.	Tonus minor.
9. Semitonium.	Tonus maior.	Tonus maior.	Tonus maior.

10. Tonus maior.	Semitonium.	Tonus minor.	Tonus minor.
11. Tonus maior.	Semitonium.	Tonus maior.	Tonus minor.
12. Tonus minor.	Semitonium.	Tonus maior.	Tonus maior.

Atque hæ sunt combinationes 12 specierum diapente, secundum rigorem mathematicum consideratae, quæ tamen cum in ipsa praxi vix locum inueniant, hinc quintæ singulæ non nisi 4 species habere censentur. De quibus plura vide in Rhabdologia nostra Musurgica.

§. V.

De Speciebus Diapason, siue Octauæ.

Cum Diapason ex diapente & diatessaron componatur, habebis species octauæ, si species quartæ & quintæ in vnum coniunxeris. in præcedentibus verò 3 species vnus quartæ & 4 species vnus quintæ inuenimus; proueniunt ex additione 3 ad 4 septem desideratae videlicet species vnus octauæ; ad quas declarandas nihil aliud requiritur, nisi exhibitio Systematis infra positi, ex quo situs & positio specierum facillè innotescit situm verò semitonij nigris notis expressimus.

Octaua habet 7 Species.

Species octauæ sunt 7.

I. Species.

II. Species.

III. Species.

IV. Species.

V. Species.

VI. Species.

VII. Species.

Sequitur nunc vt Chromatico-Enharmonicarum Quartarum, Quintarum, Octauarum species prosequamur; Sicuti igitur 3. differentes species dictarum consonantiarum determinauimus in genere diatonico; ita & eedem determinari possunt in Chro-

Chromatico & Enharmonico, & consequenter 12 modi, vt postea videbitur. Cum itaque in praecedentibus singulae quartae chromaticae constent duobus semitonijis maiori & minori vna cum semiditono, iuxta regulas artis combinatoriae necessario sequenter 6 species Quartae chromaticae vt sequitur.

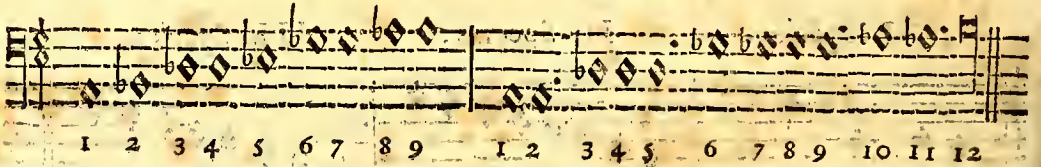
Combinatio Specierum vnius Quartae Chromaticae.

1 Semitonium maius	Semitonium minus	Semiditonus
2 Semitonium maius	Semitonium maius	Semiditonus
3 Semiditonus	Semitonium maius	Semitonium minus
4 Semiditonus	Semitonium minus	Semitonium maius
5 Semitonium maius	Semiditonus	Semitonium minus
6 Semitonium minus	Semiditonus	Semitonium maius

Vides igitur in hoc exemplo quod tota Chromatici generis varietate constituat Semiditonus solum. Porro si quis posuerit in Enharmonici generis quarta duas dieses vnam maiorem, alteram minorem, vna cum ditono sive tertia maiori is 6 species pariter assignabit vnius Quartae Enharmonicae. Diesis maiorem supra constituimus in proportione 25 ad 24; minorem in proportione 128 ad 125. Est enim minus interuallum Chromaticum, maximum Enharmonicum, sicut maximum Chromaticum est minimum diatonicum: octauam Chromaticam & Enharmonicam hic in notis representamus, vt dicta melius intelligantur.

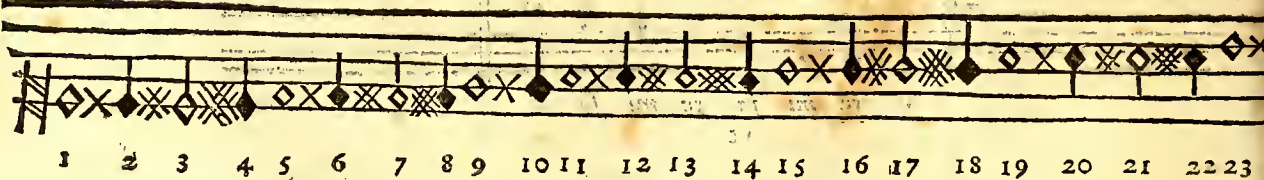
Octaua Chromatica.

Octaua Enharmonica.



Vbi nota vnamquamque notam Enharmonicam ad vnam quartam toni sive ad vnam diesis moueri ope puncti supra notas positi V. g. secunda nota est altior prima, vna diesis, & sic de reliquis statuendum. In Chromatica vero octaua b remittit sonum ad vnum semitonium. Si vero quis octauam diuideret in 24 dieses, opus huiusmodi signis non foret, sed Systema octauae Diatonic-Chromatico-Enharmonicae sic staret.

Gradus Systematis vnius octauae diatonico-chromatico-Enarmonicae.



C A P V T. X V.

De Modis Musicis.

Quemadmodum diuersæ fuerunt Veterum circa modos eorumque naturam & proprietatem opiniones, ita diuersæ, quoque fuerunt circa ordinem & situm communem constitutiones.

Plato primo loco posuit Lydias mistas, quibus subiunxit Lydias acutas, secundo loco ponebat Ionicam; In tertio Dorianam & Phrygiam harmoniam; eum tamen hunc ordinem non ad naturæ aliquem ordinem innuendum posuisse, sed casu, inde constare potest, quod alio in loco mutet prædictum ordinem, primo loco ponendo Ionicam; secundo Lydiam, & deinde Phrygiam harmoniam.

Varie sententia AA circa Modos Musicos.

Ptolomæus & Boëtius in tonorum exhibitione hunc seruabant ordinem; Hypodorium enim primo loco statuebant infra omnes alios, & in parte acuta supra omnes alios Myxolydium, & Hypermyxolydium, sicuti supra Hypodorium ponebant Hypophrygium, & post hunc Hypolydium, cui adiungebant Dorianum, quem immediatè sequebatur Phrygius: Apuleius verò primò loco ponebat Æolium postea Iastianum; & deinde alios ordine; Martianus Capella primo loco ponebat Lydium deinde Iastianum, & deinde alios. Non defuerunt qui primo loco ponerent Myxolodium, uti Euclides & Gaudentius. Iulius Pollux primo loco cum Plutarcho & Cassiodoro ponebat Dorianum, Lucianus Phrygium; Ex qua maxima confusione, maximæ quoque hæreses in scientiâ harmonicâ natæ sunt, quorum duas præcipuas narrant Authores: prima erat Pythagorica; altera Aristoxenica, quarum vtraque innumeros habuit sectatores, ita ut quos sequaris, vix dispicere possis.

Hæreses in Musica:

Nos igitur ut ex tanta nos confusione explicaremus, in scientiâ ordinis Enharmonici maximum ordinem seruandum duximus. Primò igitur in sequentibus dicemus quidnam sit Modus, quid tonus; Secundò originem deriuationis vniuscuiusque; Tertio de ordine Antiquorum in tonorum representatione; Quarto de discrepantiâ Modorum huius temporis ad veterum modos; Quintò denique de origine modorum, & natura vniuscuiusque.

Definitio Modi Musici.

Modus itaque Musicus, siue Harmonicus græcis *ἁρμονία*, hoc est figura, nihil aliud est, quàm certa quædam musici concentus formandi ratio, in principio, medio & fine ad certam tum intensionis remissionisque æqualitatem, tum concentus affectionem formandam instituta: vel aliter: modi sunt harmoniæ genera, quæ ex 7. diapason speciebus pro varia quartæ aut quintæ diuisione & connexionione oriuntur, ad varios affectus motusque animi exprimendos conducentia; Glarianus eos comparat cū fluuio qui quandoque plenus, quandoque vacuus, quandoque superfluous est. Sunt autem modi totius harmoniæ varietatis causa & origo, idemque in musica faciunt, quod in dialectica figure Syllogismorum. Sicuti enim nullus in Philosophia solidus discursus duci potest, sine variâ Syllogismorum artificiosâ dispositione, ita & in musicâ, nihil dignum præstes, sine artificiosâ modorum dispositione; Qui enim cantum fecerit sine certo modo, is Syllogismum fecerit sine figurâ. Sunt igitur modi idem, quod in picturis apta colorum dispositio ac membrorum legitima proportio; Item quod in naturâ rerum apta singularum specierum sub suis generibus distributiones sunt, id in musica sunt modi. Verùm de hisce in sequentibus pluribus.

Quid Modus.

CAPVT. XVI.

De Etymologia, numero & ordine modorum.

F Verunt autem huiusmodi modi variè à varijs regionibus in quibus vsus eorū erat, denominati; Hinc Lydiæum, quo vt plurimum vti solebant, modum dixerunt Lydium; Phryges Phrygium, Doræ Dorium, Æoles Æolium, Ionæ Ionicum; & sic de cœteris; vti enim hæ gentes dialecto, moribusque, ita & modis musicis discrepabant, eisque quæuis Gentes utebantur modis, qui naturæ eorum magis videbantur consentaneis; vel, vt meliùs dicam, ad quos amplexandos vel ipsa natura eos inuitabat, instimulabatque. Verùm de hisce vide musicam nostram Physicologicam.

Porrò cùm secundùm varias Diapason species, varij quoque nascerentur modi; hinc vniciueque ex prædictis constituerunt subiugalem, natiue sunt, Hypolydius; Hypodorius, Hypophrygius, Hypomyxolydius, Hypoæolius, Hypoionius; quibus adiunxerunt Iastianum & Hypoastianum, adeoque 14. iuxta duplicatas 7 Diapason species constituerunt; de quibus fusiùs in nostra Melopœia. Veteres quidem rudi adhuc sæculo 3 tantum constitutuere. Lydium, Phrygium, Dorium; Succedentibus verò sæculis doctioribus, è tribus septè omninò emanarunt, videlicet Hypodorius, Hypophrygius, Hypolydius, Dorius, Phrygius, Lydius, Myxolydius. Quis tamen horum primus numero sit, quis secundus, quis tertius, quis quartus nemo est, qui hucusque determinauerit, estque tanta Authorum discrepantia, vt cui primo subscribere debeamus, vix dispiciamus. Quidam crediderunt, ordinem horum modorum sumendum ab ordine 7. specierum Diapason; Verùm cùm harum specierum quælibet primum locum obtinere possit; non video quomodo eorum subsistere possit opinio, modum tamen procedendi videamus.

Primam igitur Diapason speciem ponebant à *B mi* ad *b mi* videlicet ab *hypate hypaton* ad *parameson*. atque hanc dicebant speciem Myxolydiam. Secundam sumebant à *C fa ut*, ad *C sol fa ut*, videlicet à *parhypate hypaton* ad *triten diezeugmenon*, quam vocabant speciem Lydiam. Tertiam sumebant à *D. sol, re*, ad *d, la, sol, re*, videlicet à *Lychanos hypaton* ad *paraneten diezeugmenon* eamque dicebant Phrygiam. Quartam sumebant ab *E, la, mi*, ad *e, la, mi*, hoc est ab *hypatemeson* ad *nete diezeugmenon*, eamque vocabant Doriam. Quintam sumebant ab *F fa, ut*, vsque ad *f fa, ut*, id est à *parhypatemeson* ad *triten hyperboleon*, eamque dicebant Hypolydiam. Sextam sumebant à *G, sol, re, ut*, ad *g, sol, re, ut*, id est à *Lychanos meson* ad *paraneten hyperboleon*, eamque vocabant Hypophrygiam. Septimam denique sumebant ab *a, la, mi, re*, id est à *meson* ad *neten hyperboleon*, eamque vocabant Hypodoriam; atque hic est ordo numerandi species vnus octauæ, à plerisque sensatioribus Veterum musicis obseruatus. Hæc autem omnia demonstrabant in Systemate 15 chordarum, quod perfectum vocabant, siue diadapason, vt in sequenti figura apparet, quam idè hic apposuimus, vt studiosus Lector hucusque dicta forsan obscuriùs, vnico intuitu contemplaretur, vt quoque practici Musici Theoriam Veterum in modorum exhibitione faciliùs caperēt, singulis chordis, quæ 7 Diapason species representant, notas musicas apposuimus, ne quicquam ad dictarum rerum notitiam conducens omisisse videremur.

Varie Mo-
doru Spe-
cies.

Ordo Spe-
cierum ip-
sius Octa-
uæ.

Systema Didiapason iuxta 7 Diapason species totidem, 7 modis correspondentes.

The diagram illustrates the system of seven diatonic modes, each with its corresponding scale and a specific clef. The modes are arranged from left to right, increasing in pitch. Each mode is represented by two staves: a vertical staff showing the scale notes and a horizontal staff showing the notes with a specific clef.

- Hypodoricus**: Vertical staff notes: A, B, C, D, E, F, G, A. Horizontal staff clef: C^{\flat} .
- Hypophryg.**: Vertical staff notes: A, B, C, D, E, F, G, A. Horizontal staff clef: C^{\flat} .
- Hypolydius**: Vertical staff notes: A, B, C, D, E, F, G, A. Horizontal staff clef: C^{\flat} .
- Dorius**: Vertical staff notes: A, B, C, D, E, F, G, A. Horizontal staff clef: C^{\flat} .
- Phrygius**: Vertical staff notes: A, B, C, D, E, F, G, A. Horizontal staff clef: C^{\flat} .
- Lydius**: Vertical staff notes: A, B, C, D, E, F, G, A. Horizontal staff clef: C^{\flat} .
- Myxolydius**: Vertical staff notes: A, B, C, D, E, F, G, A. Horizontal staff clef: C^{\flat} .

Labels for the modes are placed below their respective vertical staves. The horizontal staves are labeled with their respective clefs: C^{\flat} , C^{\flat} , C^{\flat} , C^{\flat} , C^{\flat} , C^{\flat} , C^{\flat} .

Hypodoriū
Système,
præ ceteris
vitatū
apud Veteres.

In præcedenti igitur figura notandum est apud veteres inter omnia Systemata, Hypodoriū solum fuisse stabilem communem, & maximè naturalem; In eo enim minimè opus erat phâtafiâ, vt in alijs fiebat, sed sinevlla mutatione simpliciter & naturaliter procedebatur; Vnde si quispiâ volebat incipere à grauiori voce *Hypophrygi*. V. g. à G, *sol, re, vt*; cum per imaginationem dictam chordam G. siue quod idem est, *Lychanos meson* in locum *Proslambanomenè* siue in *A, re*, transferre oportebat intonando, vt, pro voce G; minimè autem *re*, quæ vox pertinebat ad *A*, id est, intonare oportebat vno tono altiùs Hypodoriū siue *A, re*, voce *Proslambanomenâ*, ita tamen vt dicta vox ad *B, mi Hypodoriâ* esset vnifona, deinde sic ordine continuabantur sequentes voces fursū vsque ad *Netenhyperboleon* vltimam Systematis. Quæ omnia faciliùs innotescunt, si præcedentis tabulæ columnæ, in charta effigientur, & deinde eo ordine disponantur, vt in præsentī tabulâ factum vides; Sed hæc fusius in nostrâ Rabdologiâ musurgicâ.

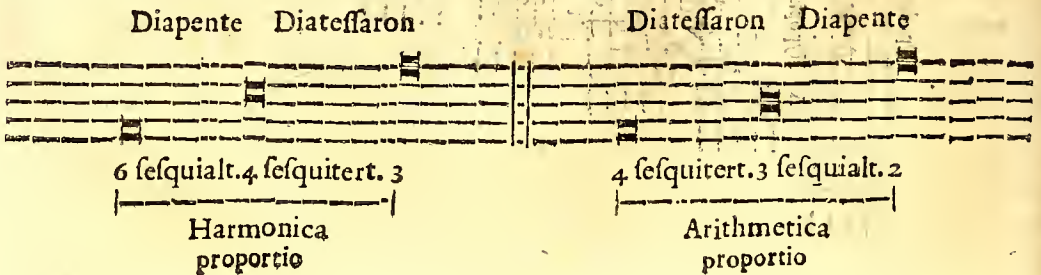
C A P V T. X V I I.

De modernis modis.

Moderni verò Musici videntes varias quartarum, quintarum atque octauarum species, octauam quoque vt in præcedentibus visum est ex quarta & quinta constitui; atque variâ semitonij dispositione, varias quoque modulationes nasci, cum in vna Diapason 7 species reperissent, id est semitonij aliam atque aliam dispositionem: hinc 7 tonos constituerunt: cum verò non in harmonicâ tantùm dispositione, sed & in Arithmeticâ quoque hæc septem dispositiones notarent; septem alios tonos constituerunt, ita vt in vniversum essent toni 14. quia tamen in duabus speciebus vel tritonus vel semidiapente occurrebant, hinc reiectis ijs; 12 tantùm modos legitimos retinuerunt, quos omnes fusius describimus in libro de Symphoniurgia, ad quam Locum remittimus.

Quid arithmetica,
quid Harmonica
Dispositio

Cùm præterea Diapason in Diapente & Diatessaron diuidi notarent, quarum diapente coniuncta diatessaron nunc suaves & sonoros, nunc ingratos & asperos sonos causari perciperent. & quidem *εὔφωνον* causabat diapente infra quartam siue diatessaron posita, *ναυφώνον* verò Quartam siue Diatessaron infra quintam siue diapente posita; hanc arithmeticam, illam appellauere harmonicam dispositionem. Nam termini proportionum, qui dant formam Quintæ & Quartæ cuiusmodi sunt 6.4.3. positi sunt in proportionalitate harmonica; medius enim terminus diuidit extremos modò conueniente chordis eius ordine prorsus naturali dispositis. Altera verò dispositio cum terminos suos 4.3.2. in arithmetica proportione ordinatos habeat, chordasque suas non tam naturali ordine quàm accidentalī, dispositas habeat, certè multò priori ignauiores causabit consonantiam: Quancuncque igitur priori ratione diapason fuerit disposita, poterit dici eam diuisam harmonicè, & si secundo modo, Arithmeticè diuisa esse censi debet. Idem dicendum est de diuisione diapente in tritonum & semiditonum; Sed huius dispositionis exempla infra posita considera.



Pragmatia I.

Qua ratione ex septem diapason speciebus modi inuestigentur.

1 **S**ed iam breuiter quoque videamus, quomodo ex 7. speciebus diapason 14 toni siue modi prodierint. Si itaque accipiamus primam speciem diapente quæ est à D. in A, eique supra ponamus primam diatessaron speciem, quæ est ex a, in d, nascetur necessariò ex tali vnione modus primus, contentus intra 4. speciem diapason videlicet intra D. & d.

2 Iterum si eandem primam speciem diapente coniunxerimus eidem speciei primæ diatessaron, ita vt Quarta substituatur Quintæ versus vocem grauem, necessariò inde consequetur modus secundus, contentus intra primam speciem diapason, id est intra a & A. Species Quartæ & Quintæ vide fini huius libri annexas.

3 Porro si acceperimus secundam speciem diapente, contentam intra E & h dur. eiq; adiuxerimus versus acutas voces speciem secundam diatessaron positam intra b & E, nascetur modus tertius qui est inter 5. speciem diapason E & e.

4 Si iterum huic diætæ diapente, eadem versus proslambanomenon addatur diatessaron, contenta videlicet intra E & h chordas, prodibit secunda species diapason inter b & b, mi quæ modum dabit diuersum à reliquis tribus primis, estque modus quartus.

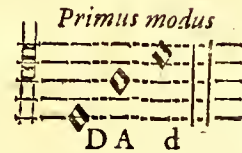
5 Si verò acceperimus tertiam speciem diapente, quæ inter F & C chordas comprehenditur, eique super imposuerimus tertiam diatessaron speciem intra C & F chordas positam, prodibit sexta diapason intra F & f. chordas contenta species quem quintum modum nuncupamus.

6 Si rursus paulò antè dictæ speciei diapente subiungamus dictam speciem diatessaron F & C. habebimus tertiam speciem diapason, & consequenter eum quem sextum nominamus modum intra chordas C & C contentum.

7 Si præterea sumamus quartam speciem diapente intra chordas D & d positam, eique associemus primam speciem diatessaron d & g, prodibit septima species diapason, quem vocamus modum septimum.

8 Si denuò sumamus diatessaron positam intra G & D, eamque subiungamus rursus diapente, orietur intra diapason d & D quarta species, modus scilicet dictus octauus.

9 Iam verò si secundam speciem diatessaron positam intra e & a a. coniungamus cum prima specie diapente intra chordas a & e collocata, nascetur intra primam speciem diapason a & aa modus quem nonum appellamus.



Decimus modus

e a E

Vndecimus modus

c g cc

Duodecimus modus

g c G

10 Si verò huic diapente subiungamus eandem speciem diateffaron intra e & aa contentam, nanciscemur quintam speciem diapason intra c & E chordas contentam, quem decimū modum appellamus.

11 Si verò associemus tertiam speciem diateffaron intra chordas c & cc positam, cum quarta specie diapente intra chordas c & g posita; nascetur tertia species diapason c & cc, qui modus vndecimus dicitur.

12 Si denique species paulò antè memoratas contrario modo posuerimus, ita vt diateffaron intra chordas c & G maneat, habebimus vltimum modum duodecimum intra 7 speciem diapason g & G contentam, vt apparet.

Porrò cum duæ ex 7 speciebus nunc tritonum nunc semidiapente possidere reperirent interualla absona, imò illegitima; ijs reiectis 12 tantum species retinuerunt, vt supra dictum est vt in exemplo patet.

Quarta tritonus. *Quinta illegitima.*

F b dur. f b d b

Pragmatia I I.

Qua ratione per duplicem dispositionem harmonicam, & arithmeticam 12 modi inuestigantur.

In præcedentibus ostendimus, qua ratione diapason nunc harmonicè nunc arithmeticè diuidatur, nunc tempus postulat, vt breui ostendamus, qua ratione 12 modi huius diuisionis ope indagari debeant.

Quarta diapason species

Modus I

D a d

Quinta quarta

in præcedenti exemplo, tonum videlicet primum proditurum.

Quinta diapason species

Modus III

E b dur. e

Primò itaque si quis acceperit quattam diapason speciem intra chordas D & d contentam, eamque harmonicè diuiserit in duas partes ope chorde a, necessario emerget pr mus tonus cum enim vna pars diuisionis sit diapente altera diateffaron, illa autem sit intra D & a vt pote prima diapente species. hæc verò intra a & d prima diateffaron species sit; patet eundem quia

Secundò si quis acceperit, hoc peracto quintam diapason speciem, eamque vt prius harmonicè diuiserit, prodibunt secundæ species duarū partium chorda b diuisarum diapente & diateffaron, quarum illa inter E & b, hæc intra b & e continetur, quæ coniunctæ constituunt tertium modum.

Tertiò

Tertiò, si verò sumamus sextam diapason speciem inter E & f contentam, eamque chorda c harmonicè diuidamus, habebimus ex coniunctis partibus necessariò Quintum modum, vt in præcedenti dictum est.

Quartò, si porrò quis acciperet septimam speciem diapason iatra G & g contentam, eamque diuiferit harmonicè cum chorda d, habebimus quartam speciem diapente G & d, quam si ad primam diatessaron speciem d & g adiugamus, necessariò nascetur, vt priùs, modus septimus.

Quintò, si deinde acceperimus primam diapason speciem intra a & aa contentam, eamque harmonicè diuiserimus, habebimus primam diapente speciem, a & e, & secundam diatessaron speciem e & aa, quæ simul iunctæ dabunt nonum modum.

Sextò, sumpta tertia diapason species c & cc; omittimus enim hic secundam diapason speciem b & bb dur. eo quod harmonicè diuidi non possit, quæ diuisa per chordam g modo indicato, dabit quartam speciem diapente c & g & tertiam diatessaron speciem g et cc, quæ iunctæ simul dabunt vndecimum modum.

Vides igitur quomodo sex toni nascantur ex harmonica diuisione, et quomodo vnus harmonicè nõ diuisibilis, videlicet intra secundam diapason speciem contentus harmoniæ ob semidiapente et tritonum, inutilis sit; sed hæc omnia in exemplo subiuncto melius patebant.

Alios porro sex modos arithmetice diuisionis opeita reperiemus.

Primò, sumpta itaque prima diapason species A & a, diuisaque arithmetice per chordam D. profert nobis primam diatessaron speciem D & A. supposita primæ diapente speciei a & D, quæ iunctæ simul præstabant modum secundum.

Secundò, si accipiamus secundam speciem diapason intra b & b contentam, eamque diuiserimus arithmetice opo chordæ E inueniemus intra E & b secundam speciem diatessaron & intra b & E secundam speciem diapente, quæ vnitæ dabunt quartum modum.

Tertiò, iterum tertia diapason species diuisa arithmetice per chordam F ita vt diatessaron tertia species E & C supponatur tertiæ diapente speciei c & F, exhibebit nobis sextum tonum.

Quartò, si verò acceperimus quartam speciem diapason per chordam G arithmetice diuisa, exhibebit G & D primam diatessaron speciem & g D quartam diapente speciem quæ vnitæ dabunt D & d octauum modum.

Quin-

V. *Sexta diapason species*

F c f

VII. *Septima species diapason*

G d g

IX. *Prima species diapason*

a e aa

II. *Tertia species diapason*

c g cc

Secunda species diapason

b semidiap. f triton. b
vt inepta harmoniæ reijcitur.

II. *Prima species diapason.*

A d a

I V. *Secunda species diapason.*

b dur. E b mi

VI. *Tertia species diapason.*

C 4 F c

VIII. *Quarta species diapason.*

D 4 G s d

Quinta species diapason.

X. E 4 a s c

Quinto, si porro quis acceperit quintam diapason speciem intra chordas e et E contentam, eamque arithmetice per chordam a diuiserit, dabit secunda species diatessaron a et E vnita, prima diapente speciei e et a supraposita, tonum docimum.

Septima species diapason.

XII. G 5 C s g

Sexto, si denique acceperis g et G septimam speciem, eamque per chordam c diuiseris, dabit C et G tertia diatessaron specios vnita quarta speciei diapente g et C modum duodecimum. Ut vides.

Sexta species.

XIV. F 6 b f

tritonus semidiapente in epta harmonia.

Species porro diapason sexta intra F et f contenta, cum arithmetice per chordam b diuidi non possit, utpote tritonus; a Musicis veluti inimica reijcitur ut vides.

Vides igitur, qua ratione per arithmetica diuisionem 6 alios modos inuestigauerimus; ita ut in vniuersum 12 modi constitui possint, nec

plures nec pauciores; 6 quidem per harmonicam; alij 6 per arithmetica diuisionem: duobus nec harmonicè nec arithmetice diuisibilibus reiectis. qui tamen si diuidi possent, non iam 12 sed 14 iuxta duplicatas 7 diapason species constituerentur. Multa hoc loco tractanda forent, de modis Authentis et plagijs, de natura tonorum, sed quia hæc omnia Symphoniurgie libro alijsque huius operis tractatibus reseruauimus, superuacaneum esse ratus sum in ijs repetendis tempus terere.

Modi sunt duodecim

Ordo specierum Quartæ & Quintæ siue diatessaron & diapente, iuxta quem diuisio dictorum tonorum sumi debet, hic est.

Ordo Specierum Quartæ siue diatessaron.

I. Species. II. Species. III. Species.

a d b c a d

Ordo Specierum Quartæ siue diapente.

I. Species. II. Species. III. Species. IV. Species.

d a e b f c g d

Nota ordinem Specierum Quartæ & Quintæ, quem in præcedentibus posuimus diatæ tonorū diuisioni non cōuenire, sed ordinem tantum monstrare, quo processu naturali semitonium in speciebus diapente & diatessaron locum mutat, quæ ideo explicanda duxi, ne hac diuersitate Musicus errore implicaretur.